题目大意

数轴上共有 n 个点，第 i 个点坐标为 i，有权值 a_i。你需要在数轴上方连线，使得每条线连接的两点权值不同，且连线之间两两除端点外不交。试最大化连线数，并给出方案。

数据范围

$1 \leq T \leq 101$，$1 \leq n \leq 200,000$。

解题过程

不妨把链看成环——显然这并不会改变一组连线方案的合法性。对于相邻的两个点，显然我们总会选择能连则连；而剩余的连线数上界不会超过多边形三角剖分中的弦数 $n-3$。我们断言，如果环上有至少 3 种不同的权值，那么这一上界总是能够取到。

这里我们给出一个构造性证明：对于环上任意相邻的三个点 x, y, z，若 $a_x \neq a_z$，则可以在 x 和 z 之间连线，其效果相当于将 y 从环上删去。当权值为 a_y 的点不只有 y 一个时，问题变成了形式完全相同，但规模更小的问题。反之，只有 y 一个点权值为 a_y，那我们可以将其与环上不相邻的所有点连线。容易发现在至少有三种权值时，总能找到这样的 x, y, z，并且这一构造一定能连出 $n-3$ 条线。具体实现时，可以使用两个链表来维护这一过程。

现在还剩下只有两种权值的情况。可以归纳说明，对于一个长为 n 的只有两种权值的环，设其上恰有 c 个权值相同的相邻对，则不相邻的连线数至多为 $\frac{n+c}{2}-2$。具体而言，对 n 这一维归纳：$n=3$ 时，命题显然成立；否则考虑一条不相邻的连线 (x, y) 将圆环分成两个部分，设其对应的 (n, c) 分别为 (n_1, c_1) 和 (n_2, c_2)。由于 $a_x \neq a_y$，因此两部分相邻相同对数的和没有增加，即 $c_1 + c_2 = c$。而显然有 $3 \leq n_1, n_2 < n \wedge n_1 + n_2 = n + 2$，因此根据归纳总连线数为 $\frac{n_1+c_1}{2} - 2 + \frac{n_2+c_2}{2} - 2 + 1 = \frac{n+c}{2} - 2$，证毕。这一证明也告诉我们，每次任意选择一条合法的连线，在只有两种权值的情况下总是对的。感谢朱鹏睿同学提供这一证明。

参考资料

[本场比赛的题解]。