

IOI 2026 集训队试题准备

Qoj975 Game

题目大意

给定长度为 n 的序列 A ，一开始有一个 $[1, n]$ 中的随机数 x ，接下来你可以进行如下操作：

- 当 $x \neq 1 \wedge x \neq n$ 时，以 $\frac{1}{2}$ 的概率将 x 变成 $x - 1$ ，以 $\frac{1}{2}$ 的概率将 x 变成 $x + 1$ 。

你希望让最后 A_x 的值最大，求这个最大值的期望对 998244353 取模后的结果。

数据范围

$1 \leq n \leq 5 \times 10^5, 1 \leq A_i \leq 10^{12}$ 。

解题过程

每个位置操作或不操作肯定是确定的，设不操作的位置为 $1 = x_1 < x_2 < \dots < x_k = n$ ，则对于每个 $[x_i + 1, x_{i+1} - 1]$ 内的位置，它会不断操作直到它到达 x_i 或 x_{i+1} 位置，因此答案是下面的式子：

$$\frac{1}{2n} \left((a_1 + a_n) + \sum_{i=2}^k (a_{x_{i-1}} + a_{x_i}) \times (x_{i-1} - x_i) \right)$$

可以发现 \sum 里面的含义是 $(x_1, 0), (x_1, a_{x_1}), (x_2, a_{x_2}), \dots, (x_k, a_{x_k}), (x_k, 0)$ 这 $k + 2$ 个点围成的多边形的面积乘 2，因此我们只需求出 (x_i, a_{x_i}) 的凸包即可。

时间复杂度 $\mathcal{O}(n)$ 。

参考资料

无。