《Interval》解题报告

1 题目大意

有 n 个区间 $I_j = [l_j, r_j]$，定义区间 $[L, R]$ 的权值 $W(L, R)$ 为 $\bigcup\limits_{i=L}^{R}[l_i, r_i]$ 覆盖的线段长度总和。m 次询问，每次给定区间 $[A_i, B_i]$，查询 $\sum\limits_{A_i \le L \le R \le B_i} W(L, R)$。答案对 998244353 取模。

2 数据范围

- $1 \le n, m \le 2 \times 10^5$；
- $0 \le l_j < r_j \le 10^8$；
- $1 \le A_i \le B_i \le n$。

3 解题过程

考虑拆贡献，对于每个间隔 $[p, p+1)$ 计算其对询问的贡献，设包含该间隔的下标为 $i_1, i_2, ..., i_k$。那么要求 $[L, R]$ 至少包含一个 i。由于包含的一定是序列中连续的一段，考虑点边容斥，

计算包含点 i_t 的贡献减去同时包含点对 i_t, i_{t+1} 的贡献。

具体的，我们可以枚举 p 从前往后扫描线，在线段加入和删除的时候维护贡献，得到 $O(n)$ 对区间 $[l, r]$ 形如当 $[L, R]$ 包含 $[l, r]$ 的时候有贡献。那么对询问的贡献为 $\max(B_i - r + 1, 0) \times \max(l - A_i + 1, 0)$，可以二维数点转化为各个变量的贡献系数。

视 n, m 同阶，复杂度 $O(n \log n)$。

4 参考资料

1. 原题链接：`https://qoj.ac/contest/695/problem/1856`。
2. 原题题解：`https://qoj.ac/download.php?type=attachments&id=695&r=1`。