

2 Link Cut Digraph

2.1 题目大意

给定一张 n 个点初始无边的有向图， m 次操作，每次操作增加一条边，求每次操作后图的满足 $u \neq v$ 且 u, v 互相可达的无序对 (u, v) 数量。

2.2 数据范围

对于所有测试点， $1 \leq n \leq 10^5, 1 \leq m \leq 2.5 \times 10^5$ 。
时间限制 3 秒，空间限制 512 Mib。

2.3 解题过程

我们称一条边 (u, v) 的闭合时间为最早的 u, v 互相可达的时刻，对于强连通性，由于没有闭合的边不会改变情况，如果能求出每条边的闭合时间，使用并查集可以简单完成计数。

对时刻分治，令当前分治区间为 $[l, r]$ ，称左集合为 $[l, mid]$ ，右集合为 $[mid + 1, r]$ 。一条在左集合闭合的边，其连接的两个点在右集合中会被视为同一个点。边有四种情况：

边的闭合时间在左集合，出现时间不晚于 mid ：这条边在右集合中等价于一条没有意义的自环边。

边的闭合时间在左集合，出现时间晚于 mid ：闭合时间早于出现时间，对左右集合均无意义。

边的闭合时间在右集合，出现时间不晚于 mid ：没有闭合的边不会改变强连通性，所以这条边对左集合没有意义，尽管它的出现时间靠前。

边的闭合时间在右集合，出现时间晚于 mid ：这条边和左集合没有任何关系。

递归解决子问题。注意到，SCC 可以做到 $O(m)$ 而不是 $O(n + m)$ 。

时间复杂度可以简单视为 $O(m \log m)$ 。

2.4 参考资料

- QOJ2214: <https://qoj.ac/problem/2214>