

3 Ternary Search

3.1 题目大意

有一个数组初始为空，进行 n 次在末尾加数的操作，每次加完后求最少进行多少次相邻元素交换，能使数组变得单峰或单谷。

3.2 数据范围

$1 \leq n \leq 2 \times 10^5, 1 \leq a_i \leq 10^9$ ，保证 a_i 互不相同。1s, 256MB。

3.3 解题过程

单峰和单谷是独立的，分别计算两种的答案取 \min 即可。以下只考虑单谷，单峰可以将每个 a_i 当成 $10^9 + 1 - a_i$ 转化成单谷。

一个序列单谷，等价于能够将其一个前缀取相反数后递增，也等价于能够将其一个子集取相反数后递增。所以，若我们已经知道了哪些东西取相反数，需要的操作次数即为取完相反数后的逆序对数。于是问题转化成，希望找到一种选子集取相反数的方式，使得操作完后逆序对数最小。

考虑最大值，如果不取相反数他将是整个序列中最大的，逆序对即为他后面的数的个数；如果取相反数他将是整个序列中最小的，逆序对即为他前面的数的个数。与他有关的逆序对数量和其他数是否取相反数无关，这意味着可以直接根据他的位置确定他是否取相反数，以及与他有关的逆序对数量是多少。统计完后，即可把该最大值删掉，递归到子问题。

根据刚刚的过程，每个数对答案的贡献等于（左边比他小的数的个数，右边比他小的数的个数）的较小值。左边比他小的数的个数是确定的，右边比他小的数的个数会逐渐增加，所以在逐渐加数的过程中，一个元素对答案的贡献将会在某一时刻从后者变成前者，之后固定不变。每次加数会对所有比新数大的，且还没固定的数带来贡献，同时可能使得某些达到临界点的数固定下来。可以使用线段树维护所有还没固定的数的贡献，以及他们离临界点的距离，时间复杂度 $O(n \log n)$ 。

3.4 参考资料

无