

《Thanks to MikeMirzayanov》解题报告

杭州学军中学 孙梓航

2025 年 9 月 21 日

1 题目大意

你有一副编号从 1 到 n 的牌（在牌堆中的顺序不一定如此）。你需要通过重复以下操作来对牌堆进行排序。

选择 $2 \leq k \leq n$ ，并将牌堆分成 k 个非空的连续部分 D_1, D_2, \dots, D_k （ D_1 包含牌堆的前 $|D_1|$ 张牌， D_2 包含接下来的 $|D_2|$ 张牌，依此类推）。然后反转这些部分的顺序，将牌堆变为 $D_k, D_{k-1}, \dots, D_2, D_1$ （因此，新牌堆的前 $|D_k|$ 张牌是 D_k ，接下来的 $|D_{k-1}|$ 张牌是 D_{k-1} ，依此类推）。每个部分 D_i 的内部顺序在操作中保持不变。

你需要在最多 120 次操作内获得一个排序好的牌堆（即第一张牌是 1，第二张牌是 2，依此类推）。可以证明，在本问题的限制下，最多通过 120 次操作总是可以对牌堆进行排序。

2 数据范围

$1 \leq n \leq 20000$ 。

3 解题过程

一次操作，相当于首先反转整个数组，然后反转各个子段。整体反转可以忽略，我们可以最后调整一下奇偶性。

我们首先考虑如果整个序列只由 0 和 1 构成，应该如何排序。

一种简单的方式是，把整个序列划分成连续的 0 和 1 的分组，如果以 1 开头，在前面加上一个 0 的空段。接下来，交换第 2,3 分组，第 6,7 分组，第 10,11 分组，依此类推。具体操作就是，要交换的两个放在同一段，其它的每组单独成段。我们发现，这样操作一次，就可以使分组数量几乎减半。

因此我们可以使用约 $\log_2 n$ 次操作，排序一个只由 0 和 1 构成的序列。

回到原问题。我们可以先把 $\leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ 的看作 0，否则看作 1，排一遍序。然后进入 $\leq \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ 和 $> \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ 两个子问题，并行处理两部分。具体地，就是操作时分段按照各自地分，如果一部分没有多余操作了就每个位置成一段。

这样递归操作，最后操作次数约为 $\sum_{i=1}^{\lceil \log_2 n \rceil} i \leq 120$ 。

4 参考资料

Petrozavodsk Winter 2021. Day 5. Almost Retired Dandelion Contest Tutorial (en)