

## 4 QOJ7510 Independent Set 解题报告

### 4.1 题目描述

交互题，有一张  $n$  个点的有自环、重边的图，你需要通过以下询问来确定图的结构：

给出点的序列  $x_1, x_2, \dots, x_k$ ，按照  $i = 1, 2, \dots, k$  的顺序依次检查  $x_i$ ：

依次检查与  $x_i$  相连的边，如果有  $C$  条满足边的另一个端点在集合  $S$  中，则返回  $C$ ；否则返回 0，并将  $x_i$  加入  $S$ 。集合  $S$  初始为空集。

你将会获取  $k$  个返回值。

### 4.2 数据范围

$1 \leq n \leq 4000, 0 \leq m \leq 10^4$ 。

所有询问的  $k$  之和不得超过  $1.76 \times 10^5$ 。

### 4.3 解题过程

每次贪心询问整个点集构造出  $O(\min(n, \frac{m}{n}))$  个独立集  $S_1 \sim S_k$ 。边只可能为自环或在两个不同独立集的点中产生。

现在对于  $1 \sim k$  的所有  $i$  问出  $S_i$  到  $S_j (j < i)$  间的所有边：

对于  $S_i$  执行分治算法，将  $S_i$  分成两个大小至多相差 1 的集合  $S_{i,1}$  和  $S_{i,2}$  并询问两次：

第一次询问  $S_{i,1}$  中的所有点，后面接上  $S_j$  中的所有点：若  $S_j$  中的点  $x$  返回值不为 0，则  $S_j$  和  $S_{i,1}$  中至少一个点有连边，所有  $x$  构成集合  $S_{j,1}$ ；

第二次询问  $S_{i,2}$  中的所有点，后面接上  $S_j$  中的所有点：若  $S_j$  中的点  $x$  返回值不为 0，则  $S_j$  和  $S_{i,2}$  中至少一个点有连边，所有  $x$  构成集合  $S_{j,2}$ ；

递归分治集合组  $(S_{i,1}, S_{j,1})$  和  $(S_{i,2}, S_{j,2})$ 。

这样实现询问次数不够优秀，需要对于一个  $S_i$  把所有满足  $j < i$  的  $S_j$  合并成一个集合一起进行分治，此时可以通过。

### 4.4 参考资料

无