Fast Bridges

给定一个 $n \times n$ 的网格，相邻格子间距离为一单位长度。网格上有 m 座桥，在 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 之间的桥的长度为 $|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$，求出所有点对之间的最短距离之和，对 998244353 取模。
$1 \le n \le 10^9$，$0 \le m \le 500$，$y_1 \ne y_2$。

- 首先由于每座桥只能节省一单位长度，故最短路径不会为了通过桥去绕路。不妨设 $x_1 \le x_2, y_1 < y_2$，则只会经过若干 x, y 均单调递增的桥。容易通过枚举间隔算出没有桥时的答案，用该值减去所有点对之间最多经过的桥数即可。
- 只考虑 $y_1 < y_2$ 的点对与桥，将坐标离散化，预先将所有桥按照 (x_2, y_2) 排序。
- 考虑对于一个起点 (x_1, y_1) 求解，对于一个 (x_2, y_2)，考虑在其答案路径上的最后一座桥处考虑。将所有终点所能经过的最多桥数 $\sum f(x_2, y_2)$ 变为 $\sum_c [f(x_2, y_2) \ge c]$。

- 设 $g_{x_1,y_1,i}$ 表示从 (x_1, y_1) 出发，到达第 i 座桥的终点，包含 i 在内最多可以经过多少座桥。故考虑 $g_{x_1,y_1,i} \geq c$ 的所有桥 i，其终点右上方的矩形范围内所有点 (x_2, y_2) 均满足 $f(x_2, y_2) \geq c$。由于每座桥均有在左下方的前驱，故只需要考虑所有 $g_{x_1,y_1,i} = c$ 的桥即可。
- 需要求矩形面积并，但此时矩形是 2-side 的，且我们预先将桥的终点进行了排序，所以可以线性求解，对于单起点我们便做到了 $O(m)$。
- 接下来考虑转移 $g_{x_1,y_1,i}$，按照 x_1 从大至小进行转移且对该维滚动数组。预处理 $d_{i,j}$ 表示从第 i 座桥的终点出发，到达第 j 座桥的起点，包含 i, j 在内最多可以经过多少座桥。在转移至 x 列时，考虑所有起点在 (x, y_1) 列的桥 i，对 $g_{y_1,k}$ 用 $d_{i,k}$ 进行更新即可。
- 总时间复杂度 $O(m^3)$，空间复杂度 $O(m^2)$。