

D. Elektrolýza (Laser Strike)

Název úlohy	Elektrolýza (Laser Strike)
Časový limit	3 sekund
Memory limit	1 gigabajt

Annoda a její kamarádka Kalvoda nedávno objevily novou deskovou hru Elektrolýza, která se postupně stala jejich nejoblíbenější. V této hře dva hráči společně pracují na odstranění všech N figurek z hrací desky pomocí elektrolýzy. Hra probíhá ve dvou fázích. Háček je v tom, že Kalvoda nebude mít o hře úplné informace. Aby Annoda a Kalvoda vyhrály hru, musí spolupracovat a zároveň spolu co nejméně komunikovat.

Na hrací desce je N unikátních figurek, očíslovaných od 0 do $N - 1$. Oba hráči tyto figurky vidí. Mezi dvojicemi figurek existuje také $N - 1$ spojení, takže je možné se k jakékoli figurce dostat z jakékoli jiné figurky sledováním těchto spojení. Jinými slovy, tato spojení tvoří strom. **Pouze Annoda vidí tato spojení; Kalvoda je nezná.**

V první fázi hry se Annoda rozhodne pro pořadí $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$ ve kterém by měly být figurky odstraněny, dokud nezůstane pouze jedna. Toto pořadí bude před Kalvodou utajeno. Pokud ho dokáže replikovat, vyhrají hru. Odstraňování figurek musí splňovat následující pravidlo: pokaždé, když je figurka odstraněna, musí být spojena s právě jednou další zbývající figurkou. Jinými slovy, odstraněný kus musí být list stromu tvořený zbývajícími figurkami a jím samotným. (Po odstranění $N - 1$ figurek se automaticky odstraní i poslední figurka a hráči vyhrávají.) Annoda si musí vybrat pořadí, které odpovídá výše uvedenému pravidlu.

Annoda také napíše zprávu Kalvodě ve formě binárního řetězce. Annoda si může zvolit délku zprávy – ale čím kratší je, tím více bodů získá.

Poté začíná druhá fáze hry. Cílem hry je, aby Kalvoda odstranila z hrací desky $N - 1$ figurek v pořadí $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$. Udělá $N - 1$ tahů. Před tahem i Annoda sdělí Kalvodě dvojici celých čísel a, b s následujícími vlastnostmi:

- $a < b$;
- stále existuje dvojice přímo spojených figurek s čísly a a b ; a
- Buď a , nebo b je správná figurka ℓ_i , která by měla být v tomto tahu odstraněna.

Všimněte si, že pro Annodu je spojení (a, b) jednoznačně určeno listem ℓ_i v aktuálním stromu.

Kalvoda poté z hrací desky odstraní buď a , nebo b . Pokud to byla správná figurka – tedy ℓ_i – hraje dál. Jinak hru prohrájí.

Tvým úkolem je implementovat strategie Annody i Kalvody tak, aby vyhrály hru.

Váš program bude hodnocen v závislosti na délce zprávy, kterou Annoda napíše v první fázi hry.

Implementace

Jedná se o problém s více spuštěními, což znamená, že váš program bude spuštěn dvakrát. Při prvním spuštění by měla implementovat Annodinu strategii pro první fázi hry. Poté by měla implementovat Kalvodinu strategii pro druhou fázi hry.

První řádek vstupu obsahuje dvě celá čísla, P a N , kde P je buď 1, nebo 2 (první nebo druhá fáze), a N je počet kusů.

Následující vstup závisí na fázi:

Fáze 1: Annoda

Po prvním řádku (popsaném výše) následuje dalších $N - 1$ řádků vstupu popisující strom. Každý řádek obsahuje dvě čísla, a a b ($0 \leq a < b \leq N - 1$), která označují spojení mezi figurkami a a b .

Váš program by měl začít vypsáním binárního řetězce s maximálně 1 000 znaky, každý 0 nebo 1, což je zpráva napsaná Annodou. Pokud chcete vypsat řetězec o délce 0, vypište prázdný řádek.

Poté by měl program vypsat $N - 1$ celých čísel $\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}$ na samostatných řádcích, která označují pořadí, ve kterém chce Annoda odstranit listy stromu. Pořadí musí být takové, že pokud jsou figurky ze stromu odstraňovány jeden po druhém v tomto pořadí, odstraňovaná figurka musí být vždy list, tj. strom musí vždy zůstat souvislý.

Fáze 2: Kalvoda

Po prvním řádku (popsaném výše) obsahuje další řádek vstupu binární řetězec (zpráva od Annody) z Fáze 1.

Poté proběhne $N - 1$ kol interakce, jedno pro každý z Kalvodin tahů.

V i -tém tahu by váš program měl nejprve přečíst dvě čísla, a a b ($0 \leq a < b \leq N - 1$). Jedna z těchto figurek je list ℓ_i v Annodině pořadí a druhá je jediná zbývající figurka spojená s ℓ_i . Pak by váš program měl vypsat ℓ_i , což znamená, že Kalvoda tento list odstraňuje. Pokud váš program nevypíše správný list ℓ_i , dívky prohrájí hru a vaše řešení bude vyhodnocené jako špatné.

Podrobnosti

Pokud *součet* časů dvou samostatných běhů vašeho programu překročí časový limit, dostane posudek Time Limit Exceeded.

Po vytištění každého řádku nezapomeňte flushnout standardní výstup, jinak by váš program mohl dostat posudek Time Limit Exceeded. V Pythonu se to děje automaticky, pokud používáte `input()` pro čtení řádků. V C++ `cout << endl;` kromě výpisu znaku nového řádku také flushne `cout`; pokud používáte `printf`, použijte `fflush(stdout);`.

Omezení a bodování

- $N = 1\,000$.
- $0 \leq a < b \leq N - 1$ pro všechna spojení.

Vaše řešení bude otestováno na několika sadách testů, z nichž každá má určitý počet bodů. Každá sada testů obsahuje několik testů. Abyste získali body za sadu testů, musíte vyřešit všechny testy dané sady.

Sada	Body	Omezení
1	8	Strom je hvězda. To znamená, že všechny uzly kromě jednoho jsou listy.
2	9	Strom je linie. To znamená, že všechny uzly kromě dvou koncových uzlů mají přesně dva sousední uzly.
3	21	Strom je hvězda s úsečkami vycházejícími z ní. To znamená, že všechny uzly mají buď jeden, nebo dva sousední uzly, s výjimkou jednoho, který má více než dva sousední uzly.
4	36	Vzdálenost mezi libovolnými dvěma uzly je maximálně 10.
5	26	Žádná další omezení.

Za každou sadu testů, kterou váš program správně vyřeší, obdržíte body na základě následujícího vzorce:

$$\text{body} = S_g \cdot (1 - 0.3 \cdot \log_{10} K),$$

kde S_g je maximální skóre pro danou sadu, a K je maximální potřebná délka Annotiny zprávy pro jakýkoli test v dané sadě (omezeno na alespoň 1). Vaše body z každé sady budou zaokrouhleny na nejbližší celé číslo.

Níže uvedená tabulka ukazuje počet bodů pro několik hodnot K , které váš program získá, pokud vyřeší všechny testové skupiny s danou hodnotou K . Zejména pro dosažení skóre 100 musí vaše řešení vyřešit každý testovací případ s $K \leq 1$.

K	1	5	10	50	100	500	1000
Body	100	79	70	49	39	20	11

Testovátka

Pro usnadnění testování vašeho řešení jsme pro vás připravili jednoduché testovátka, které si můžete stáhnout. Viz „přílohy“ ve spodní části stránky s problémem na Kattis. Použití tohoto nástroje je volitelné. Upozorňujeme, že oficiální program pro hodnocení na Kattis se liší od testovátka.

Chcete-li nástroj použít, vytvořte vstupní soubor, například „chomík.in“, který by měl začínat číslem N následovaným $N - 1$ řádky popisujícími strom, ve stejném formátu jako ve fázi 1. Například pro níže uvedený příklad:

```
7
0 1
1 2
2 3
0 4
0 6
1 5
```

Pro programy v Pythonu, například `jezek.py` (obvykle se spouští jako `pypy3 jezek.py`), spusťte:

```
python3 testing_tool.py pypy3 jezek.py < chomík.in
```

U programů v jazyce C++ je nejprve zkompilejte (např. `g++ -g -O2 -std=gnu++23 -static jezek.cpp -o omluvenka`) a poté spusťte:

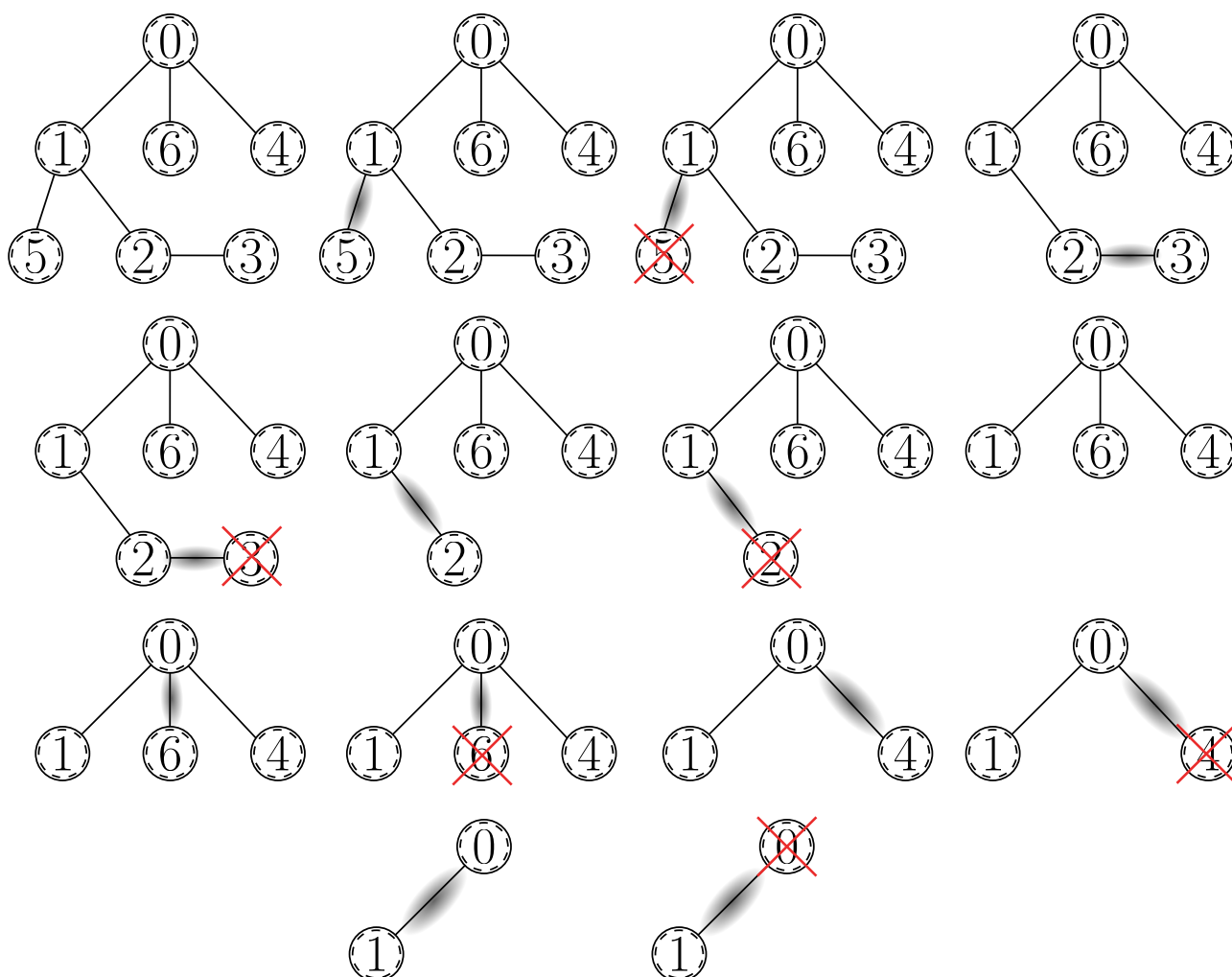
```
python3 testing_tool.py ./omluvenka < chomík.in
```

Ukázkový příklad

Všimněte si, že příklad v této části má pro zjednodušení $N = 7$ a proto se nejedná o platný testovací případ. Neočekává se, že váš program bude schopen tento případ vyřešit. Všechny testovací případy v systému hodnocení budou mít $N = 1\,000$.

V příkladu je Annodě zadán následující strom. V první fázi Annoda strom přečte, vybere binární řetězec „0110“, který pošle Kalvodě, a také vybere pořadí $[\ell_0, \ell_1, \dots, \ell_{N-2}] = [5, 3, 2, 6, 4, 0]$ ve kterém mají být části ze stromu odstraněny. Ve druhé fázi Kalvoda obdrží řetězec „0110“, který byl odeslán v první fázi. Poté obdrží dvojici $(1, 5)$ a rozhodne se odstranit vrchol 5, který je skutečně

listem. Pro další tah dostane dvojici (2, 3) a odstraní list 3 a tak dále. Následující obrázky znázorňují interakce:



hodnotičův výstup	váš výstup
1 7	
0 1	
1 2	
2 3	
0 4	
0 6	
1 5	
	0110
	5
	3
	2
	6
	4
	0

hodnotičův výstup	váš výstup
2 7	
0110	
1 5	
	5
2 3	
	3
1 2	
	2
0 6	
	6
0 4	
	4
0 1	
	0