

找寻者 (recollector)

【题目背景】

时过境迁，小 B 回到了他梦寐以求，却又折戟沉沙的省选赛场。但他关于算法竞赛的记忆还有多少呢？其中又有多少最为珍贵的记忆值得去珍惜呢？小 B 是一个对算法竞赛充满热情，乐于探索的人。而对他来说，最珍贵的记忆便是学习算法时对其进行各种修改、实验，尝试得到一些新成果的日子吧。

小 B 想请你陪他一起，去找寻这些珍贵的记忆。

【题目描述】

给定一棵包含 n 个结点的无根树，结点的编号为 $1 \sim n$ 。

定义一种轻重链剖分方案如下：

- 首先指定某个结点作为树根，得到一棵有根树；
- 对于树上的每个非叶结点，选择恰好一个儿子作为**重儿子**，并将连接该结点与重儿子的边划分为**重边**，与其他儿子的连边划分为**轻边**；
- 此时，树上的所有重边及其端点构成了若干条极长简单路径，每条路径上的所有结点构成一条**重链**。定义一条重链的**长度**为其包含的结点数量。特别地，未与任何重边相连的结点单独构成一条长度为 1 的重链。

小 B 回想起，多年前在学习轻重链剖分时，他曾提出过一种**随机链剖分**的算法，具体流程如下：

- 首先指定结点 1 作为树根；
- 对树上的每个非叶结点自底向上地选择重儿子：对于非叶结点 u ($1 \leq u \leq n$)，设其有 k 个儿子 v_1, v_2, \dots, v_k 。在递归确定出所有儿子的重儿子后，设 v_1, v_2, \dots, v_k 各自所在的重链的长度分别为 l_1, l_2, \dots, l_k 。则 u 会以**正比于**重链长度的概率进行选择，即选择 v_i ($1 \leq i \leq k$) 作为重儿子的概率为 $\frac{l_i}{\sum_{j=1}^k l_j}$ 。

小 B 知道，轻重链剖分的时间复杂度与各个结点到根结点的简单路径所包含的**轻边**数量密切相关。你需要帮助他求出，在上述随机链剖分算法下，对于每一个结点 x ($1 \leq x \leq n$)，从结点 x 到根结点 1 的简单路径所包含的**轻边**数量的**期望**之和。由于答案可能较大，你只需求出其对 998,244,353 取模后的结果。

期望的定义如下：设随机变量 X 所有可能的取值分别为 x_1, \dots, x_m ，其中 $X = x_i$ ($1 \leq i \leq m$) 的概率为 $p_i \in [0, 1]$ ，且 $\sum_{i=1}^m p_i = 1$ ，则 X 的**期望**为

$$\mathbb{E}[X] = \sum_{i=1}^m p_i x_i.$$

【输入格式】

从文件 `recollector.in` 中读入数据。

本题包含多组测试数据。

输入的第一行包含两个非负整数 c, t ，分别表示测试点编号与测试数据组数。 $c = 0$ 表示该测试点为样例。

接下来依次输入每组测试数据，对于每组测试数据：

- 第一行包含一个正整数 n ，表示结点的数量。
- 第 $i + 1$ ($1 \leq i \leq n - 1$) 行包含两个正整数 u_i, v_i ，表示连接结点 u_i 与结点 v_i 的一条树边。

【输出格式】

输出到文件 `recollector.out` 中。

对于每组测试数据，输出一行一个非负整数，表示所有结点到根结点的简单路径所包含的轻边数量的期望之和对 $998,244,353$ 取模后的结果。

【样例 1 输入】

```
1 0 2
2 5
3 1 2
4 1 3
5 2 4
6 2 5
7 8
8 1 2
9 1 3
10 2 4
11 2 5
12 2 6
13 5 7
14 3 8
```

【样例 1 输出】

```
1 665496238
2 549034400
```

【样例 1 解释】

该样例共包含两组测试数据。对于第一组测试数据：

- 结点 2 将以均等的概率选择结点 4 与结点 5 作为重儿子；
- 结点 1 将分别以 $2/3, 1/3$ 的概率选择结点 2, 3 作为重儿子。

因此，

- 结点 1 到根结点的简单路径所包含的轻边数量的期望为 0；
- 结点 2 到根结点的简单路径所包含的轻边数量的期望为 $(2/3) \cdot 0 + (1/3) \cdot 1 = 1/3$ ；
- 结点 3 到根结点的简单路径所包含的轻边数量的期望为 $(2/3) \cdot 1 + (1/3) \cdot 0 = 2/3$ ；
- 结点 4 到根结点的简单路径所包含的轻边数量的期望为 $(2/3) \cdot (1/2) \cdot 0 + (2/3) \cdot (1/2) \cdot 1 + (1/3) \cdot (1/2) \cdot 1 + (1/3) \cdot (1/2) \cdot 2 = 5/6$ ；
- 结点 5 到根结点的简单路径所包含的轻边数量的期望为 $5/6$ 。

故答案为 $0 + 1/3 + 2/3 + 5/6 + 5/6 = 8/3 \equiv 665, 496, 238 \pmod{998, 244, 353}$ 。

【样例 2】

见选手目录下的 *recollector/recollector2.in* 与 *recollector/recollector2.ans*。
该样例满足测试点 3 ~ 5 的约束条件。

【样例 3】

见选手目录下的 *recollector/recollector3.in* 与 *recollector/recollector3.ans*。
该样例满足测试点 6, 7 的约束条件。

【样例 4】

见选手目录下的 *recollector/recollector4.in* 与 *recollector/recollector4.ans*。
该样例满足测试点 8 ~ 10 的约束条件。

【样例 5】

见选手目录下的 *recollector/recollector5.in* 与 *recollector/recollector5.ans*。
该样例满足测试点 11, 12 的约束条件。

【样例 6】

见选手目录下的 *recollector/recollector6.in* 与 *recollector/recollector6.ans*。
该样例满足测试点 13 ~ 16 的约束条件。

【样例 7】

见选手目录下的 `recollector/recollector7.in` 与 `recollector/recollector7.ans`。
该样例满足测试点 17 ~ 25 的约束条件。

【数据范围】

对于所有测试数据，均有：

- $1 \leq t \leq 5$;
- $1 \leq n \leq 5,000$;
- 对于所有 $1 \leq i \leq n-1$ ，均有 $1 \leq u_i, v_i \leq n$ ，且 $(u_1, v_1), \dots, (u_{n-1}, v_{n-1})$ 构成一棵树。

测试点编号	$n \leq$	特殊性质
1, 2	8	无
3 ~ 5	20	
6, 7	500	A
8 ~ 10		无
11, 12	1,500	B
13 ~ 16		无
17 ~ 25	5,000	

特殊性质 A：对于所有 $1 \leq i \leq n-1$ ，均有 $u_i = i$ 且 $v_i = i+1$ 。

特殊性质 B：对于所有 $1 \leq x \leq n$ ，结点 1 到结点 x 的简单路径所包含的结点数量均不超过 100。