1B – Konferencja

Autor zadania: Jakub Onufry Wojtaszczyk

Autor omówienia: Paweł Parys

Treść

Rozważamy konferencję trwającą k dni. Każdego dnia odbywa się pewna (podana) liczba spotkań; uczestnik może pójść tylko na jedno z nich. Ponadto, dla niektórych spotkań podany jest (co najwyżej jeden) poprzednik: aby pójść na spotkanie y, trzeba poprzedniego dnia być na spotkaniu x. Chcemy wysłać na tę konferencję pewną liczbę osób zapewniając, że na każdym spotkaniu znajdzie się co najmniej jedna z nich. Należy wypisać minimalną liczbę osób, dla których jest to możliwe.

Rozwiązanie

Będziemy przetwarzać dni konferencji od końca; zrobimy jedno przejście po liście spotkań, przez co rozwiązanie będzie działało w czasie liniowym. Dla każdego spotkania x obliczymy, ile osób musi na nim być, aby wystarczyło ich na wszystkie możliwe spotkania z, które wymagają wcześniejszego udziału w spotkaniu x; oznaczmy tę liczbę $p[x]$. Otóż, na każdym spotkaniu x musi być co najmniej jedna osoba. Jeśli jednak jakieś spotkania $y_1, \ldots, y_n$ z kolejnego dnia wymagają wcześniejszego udziału w spotkaniu x, to $p[x]$ jest sumą $p[y_1] + \cdots + p[y_n]$ (osoby ze spotkania x musimy odpowiednio rozdzielić między te spotkania).

Zauważmy przy tym, że implementacja nie wymaga wyznaczenia dla każdego x listy tych następników $y_1, \ldots, y_n$. Ustawimy raczej początkową wartość $p[x]$ dla każdego spotkania x na 0. Następnie, przetwarzając spotkanie y spojrzymy, czy może udział w nim wymaga udziału poprzedniego dnia w jakimś spotkaniu x; jeśli tak, to zwiększymy $p[x]$ o $p[y]$. Jeśli z kolei rozpoczynając przetwarzanie spotkania x widzimy, że jego $p[x]$ wynosi ciągle 0, to zwiększamy go do 1.

Jeśli jakiegoś dnia odbywają się spotkania $x_1, \ldots, x_m$, to potrzebujemy tego dnia co najmniej $p[x_1] + \cdots + p[x_m]$ osób. Łatwo możemy wyznaczyć największą z tych sum, oznaczmy ją s. Niewątpliwie potrzebujemy co najmniej s osób. Aby zobaczyć, że wynikiem faktycznie jest s musimy upewnić się jeszcze, że s osób rzeczywiście wystarczy. Jest to jednak w miarę jasne. Istotnie, gdy na jakieś spotkanie y potrzebujemy $p[y]$ osób ze spotkania x z poprzedniego dnia, to osoby te faktycznie są już wliczone w liczbę uczestników $p[x]$ spotkania x. Z kolei na spotkanie y nie wymagające udziału w żadnym konkretnym spotkaniu poprzedniego dnia możemy wziąć dowolne $p[y]$ osób, a liczba s jest dobrana tak, że faktycznie tyle osób jest dostępnych.