

2C – Dostawa żwiru

Autor zadania: Jakub Onufry Wojtaszczyk

Autor omówienia: Paweł Parys

Treść

Dany jest ciąg n liczb a_1, \dots, a_n oraz liczba k . Możemy zwiększać dowolne z tych liczb, przy czym zwiększenie liczby o x kosztuje nas x . Chcemy doprowadzić do stanu, w którym żadne dwie sąsiednie liczby nie różnią się o więcej niż k . Podać minimalny koszt.

Rozwiązanie

Zrobę dwa przebiegi po tablicy A zawierającej początkowo ciąg z wejścia. Najpierw idę od lewej do prawej i zwiększam każde $A[i + 1]$ do poziomu $A[i] - k$ zapewniając, że $A[i + 1] \geq A[i] - k$. Ta nierówność pozostaje prawdziwa do końca przebiegu, bo potem zmieniam $A[j + 1]$ już tylko dla $j > i$. Zatem po pierwszym przebiegu mamy $A[i + 1] \geq A[i] - k$ dla każdego i .

Drugim razem idę od prawej do lewej i zwiększam każde $A[i]$ do poziomu $A[i + 1] - k$ zapewniając, że $A[i] \geq A[i + 1] - k$. Podobnie jak powyżej, ta nierówność pozostanie prawdziwa do końca przebiegu. Zobaczmy też, że nie popsujemy nierówności $A[i + 1] \geq A[i] - k$ z pierwszego przebiegu. Otóż, zwiększanie $A[i + 1]$ nie może jej popsuć, natomiast $A[i]$ zwiększamy tylko do poziomu $A[i + 1] - k$; po odjęciu k od tego poziomu dostajemy niewątpliwie liczbę nie większą niż $A[i + 1]$.

Po obu przebiegach faktycznie żadne dwie sąsiednie liczby nie różnią się o więcej niż k . Zarazem wykonywaliśmy tylko zwiększenia, które na pewno były konieczne. Uzyskaliśmy więc minimalny koszt.

Opisane rozwiązanie działa w czasie liniowym. Ograniczenie $n \leq 1000$ było jednak tak dobrane, aby maksimum punktów za to zadanie mogły również uzyskać rozwiązania wolniejsze (kwadratowe).