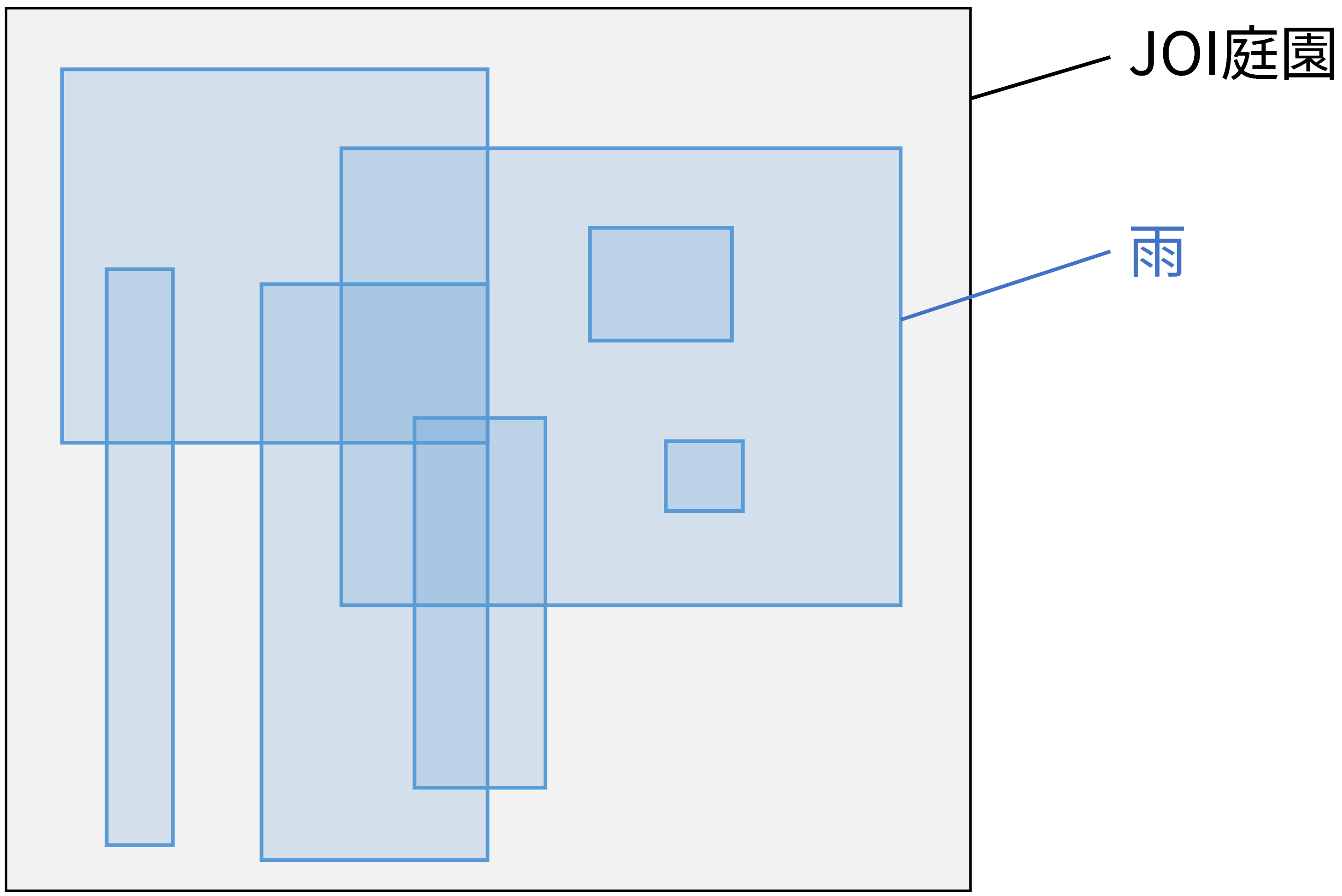
庭園 3 (garden)　解説

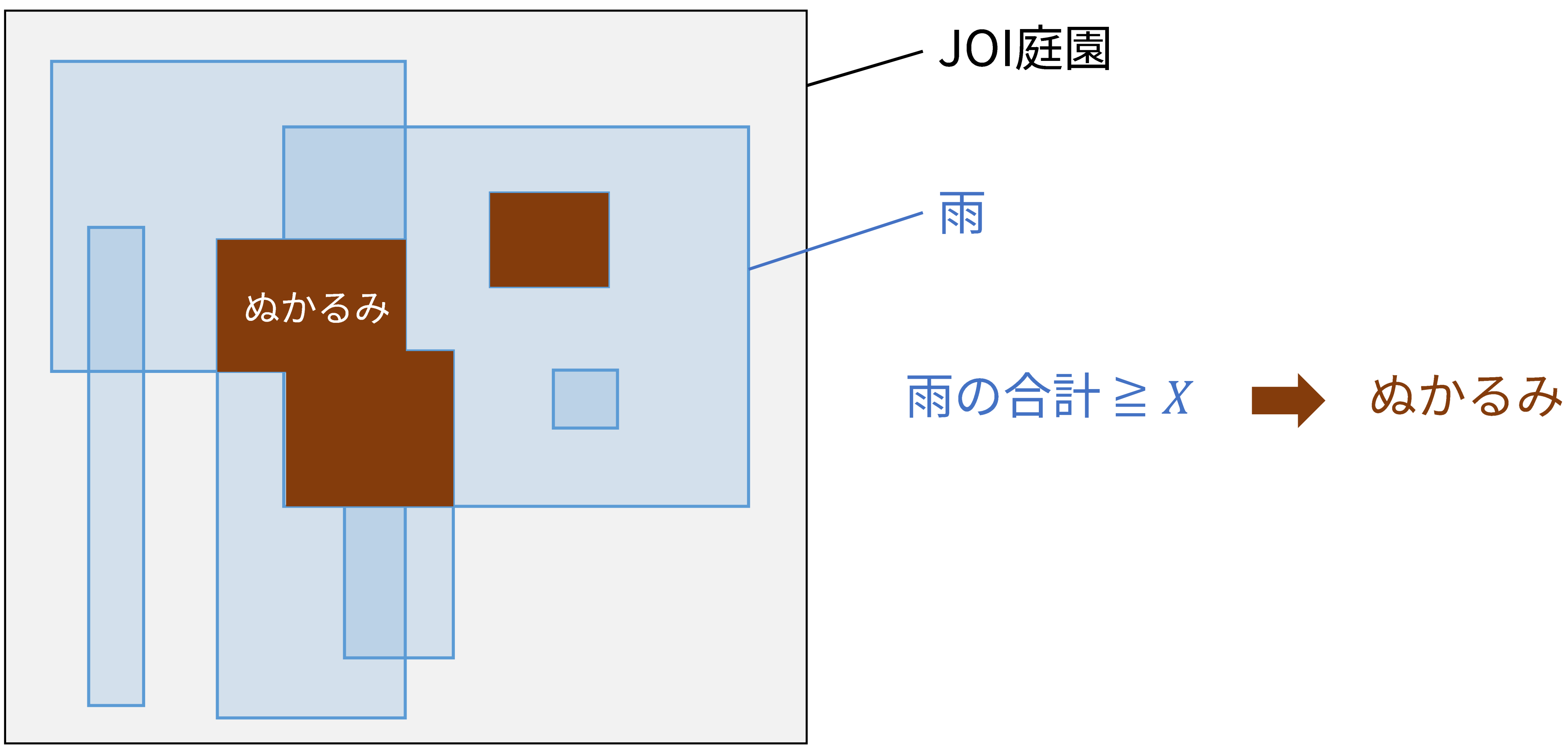
JOI 2025/26 ファイナルステージ 1 日目

解説担当 : 田村唯(Nachia)

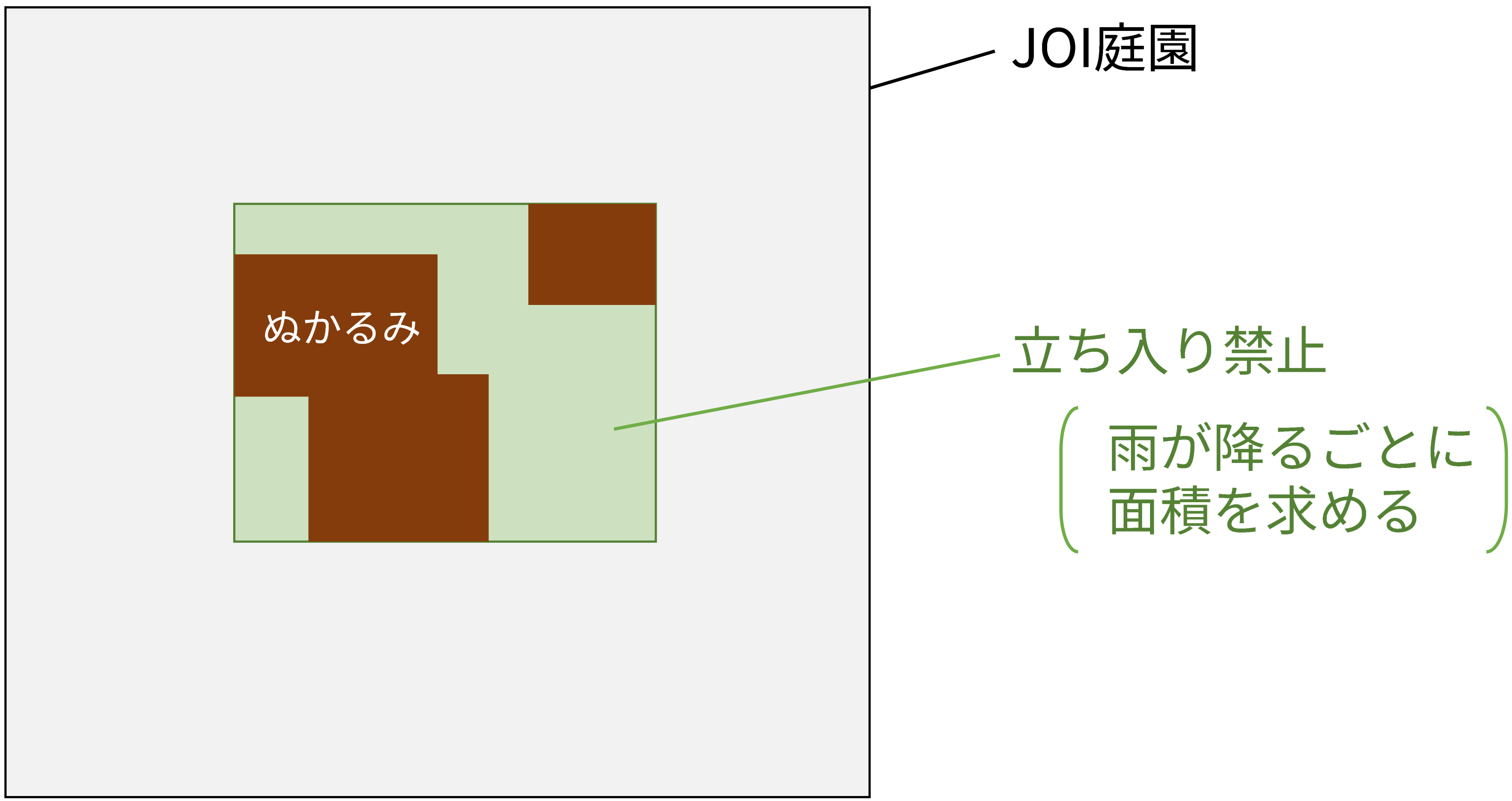
問題概要



問題概要



問題概要



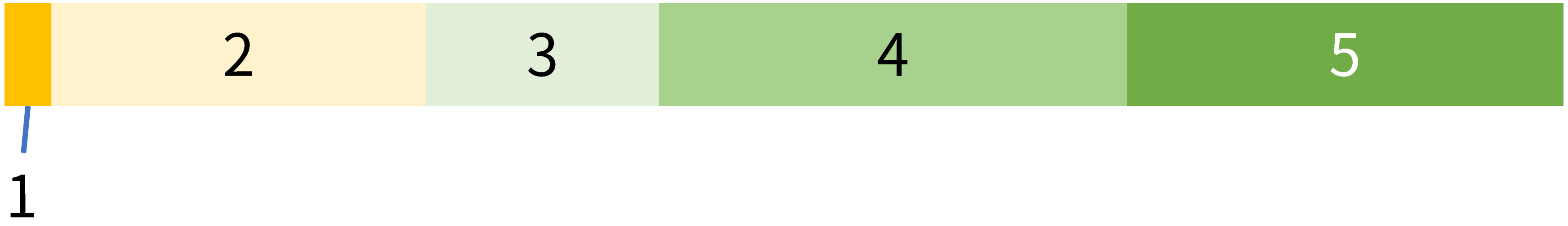
制約・配点

$N \leqq 200\,000$

$H \leqq 10^9$

$W \leqq 10^9$

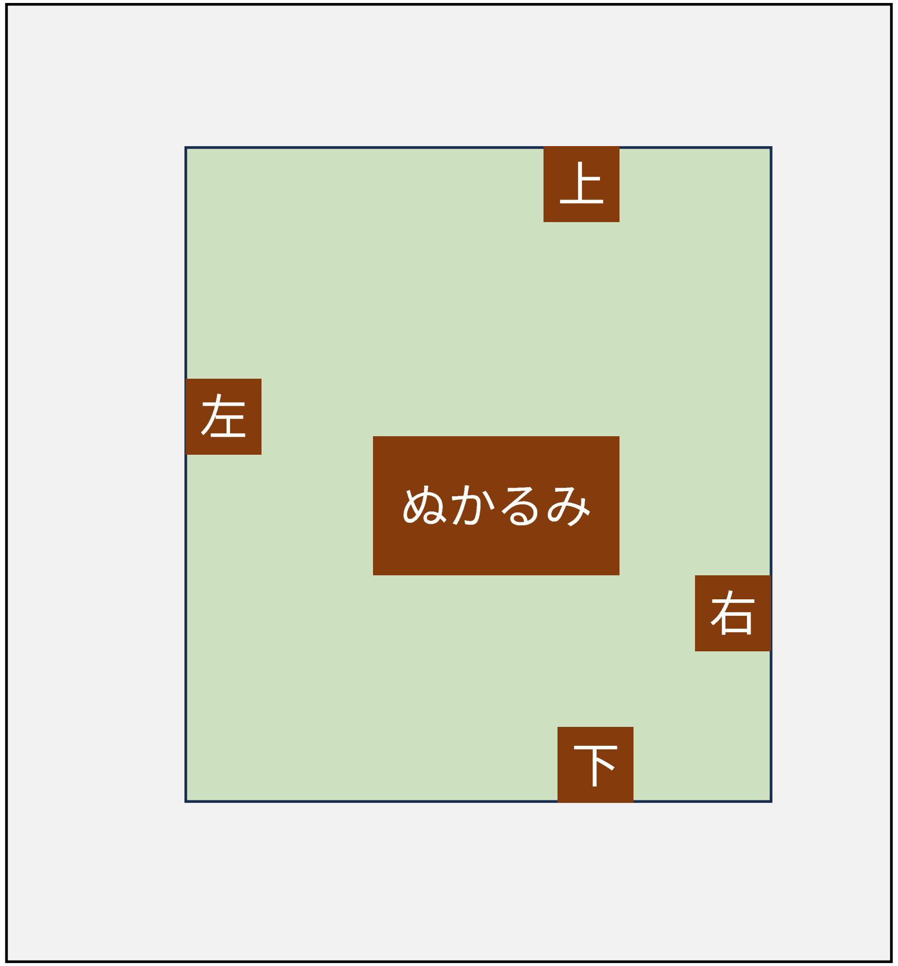
1	$X = 1$
2	$W = 1$
3	$N \leqq 300$
4	$N \leqq 5\,000$
5	-



小課題 1 $X = 1$

立ち入り禁止領域の選び方

禁止領域の左(/右/上/下)の境界は，
最も左(/右/上/下)のぬかるみの場所．



小課題 1 $X = 1$

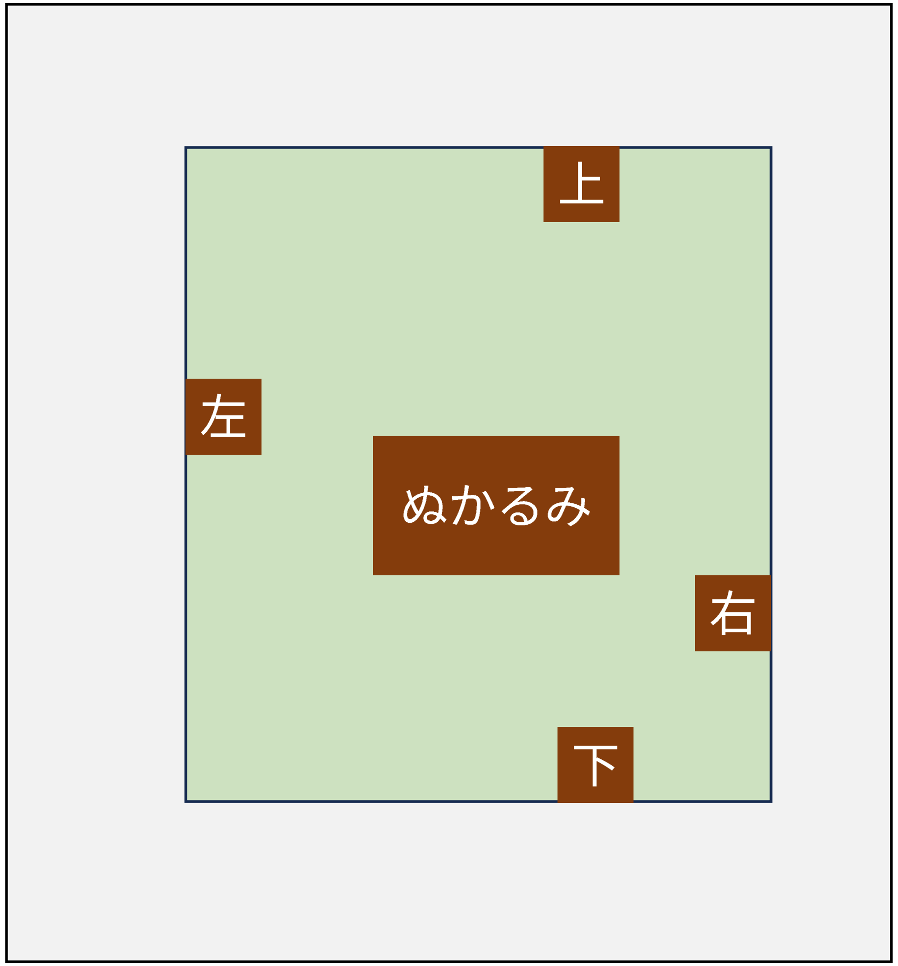
小課題 1 では、

雨が降った場所すべてがぬかるみなので，

雨全体の左(/右/上/下)端を求める．

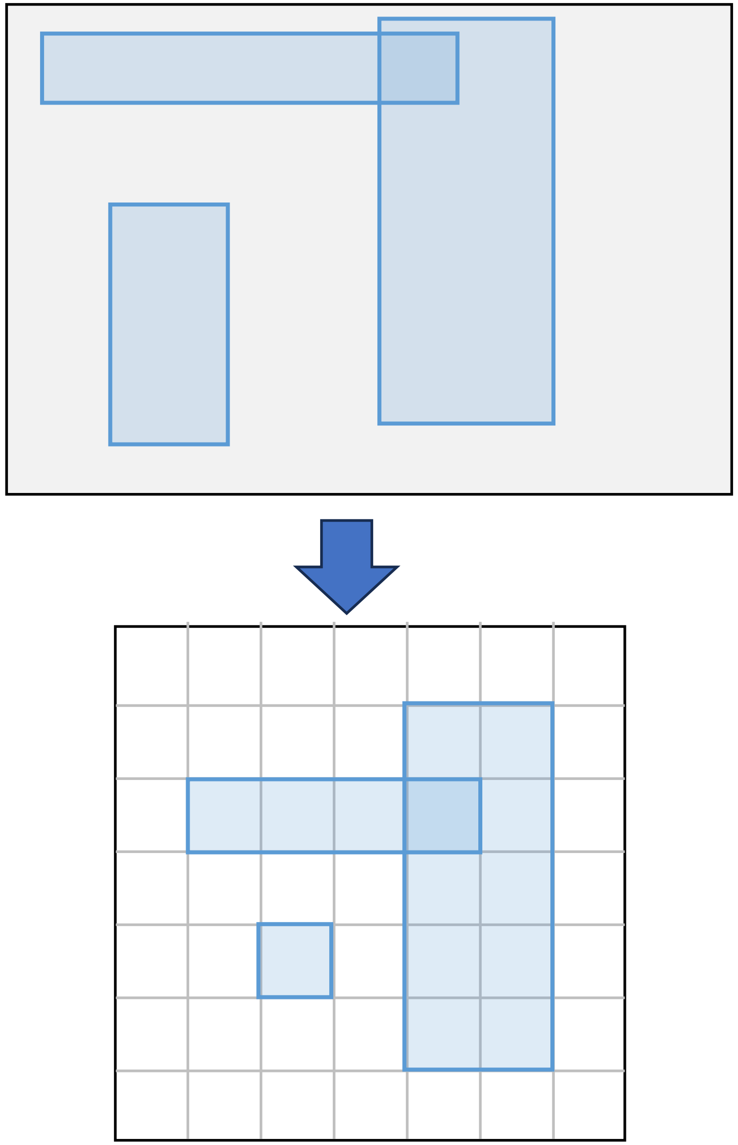
左端の min ，右端の max などを管理．

計算量 $O(N)$ ．



小課題 3 $N \leqq 300$

マス目の圧縮



各長方形の境界以外は無視できる．

縦横それぞれ，座標を変換（圧縮）する．

★ 長方形の境界とならない座標を削除する．

H, W はおよそ $2N$ 以下になる．

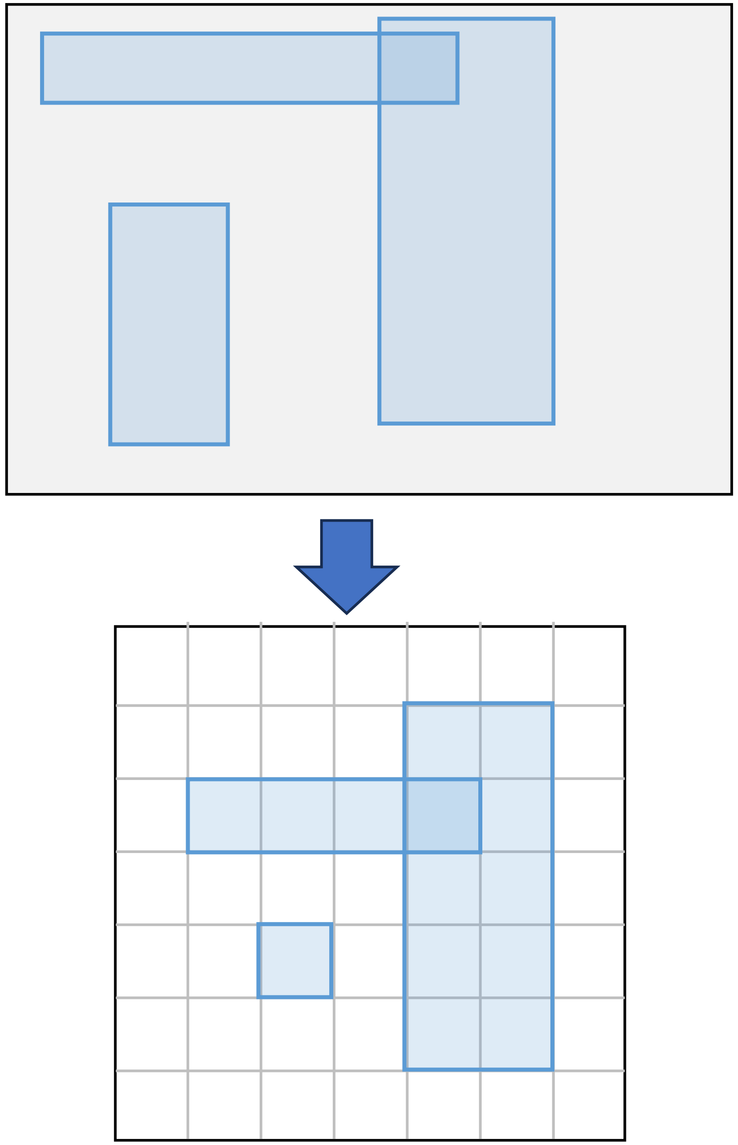
小課題 3 $N \leqq 300$

変換後は，各処理を for ループで行っても

計算量は $O(N^3)$ である．

最後に，変換後で求めた上下左右端を，

もとの座標に戻す． □



小課題 $\boxed{2}$ $W = 1$

縦方向は 1 マスしかないという制約．

横方向を圧縮すると，およそ 400 000 マスになる．

小課題 $\boxed{3}$ の方法で計算量は $O(N^2)$ になるが，高速化不足．

★ セグメント木で高速化できる．

小課題 2 $W = 1$

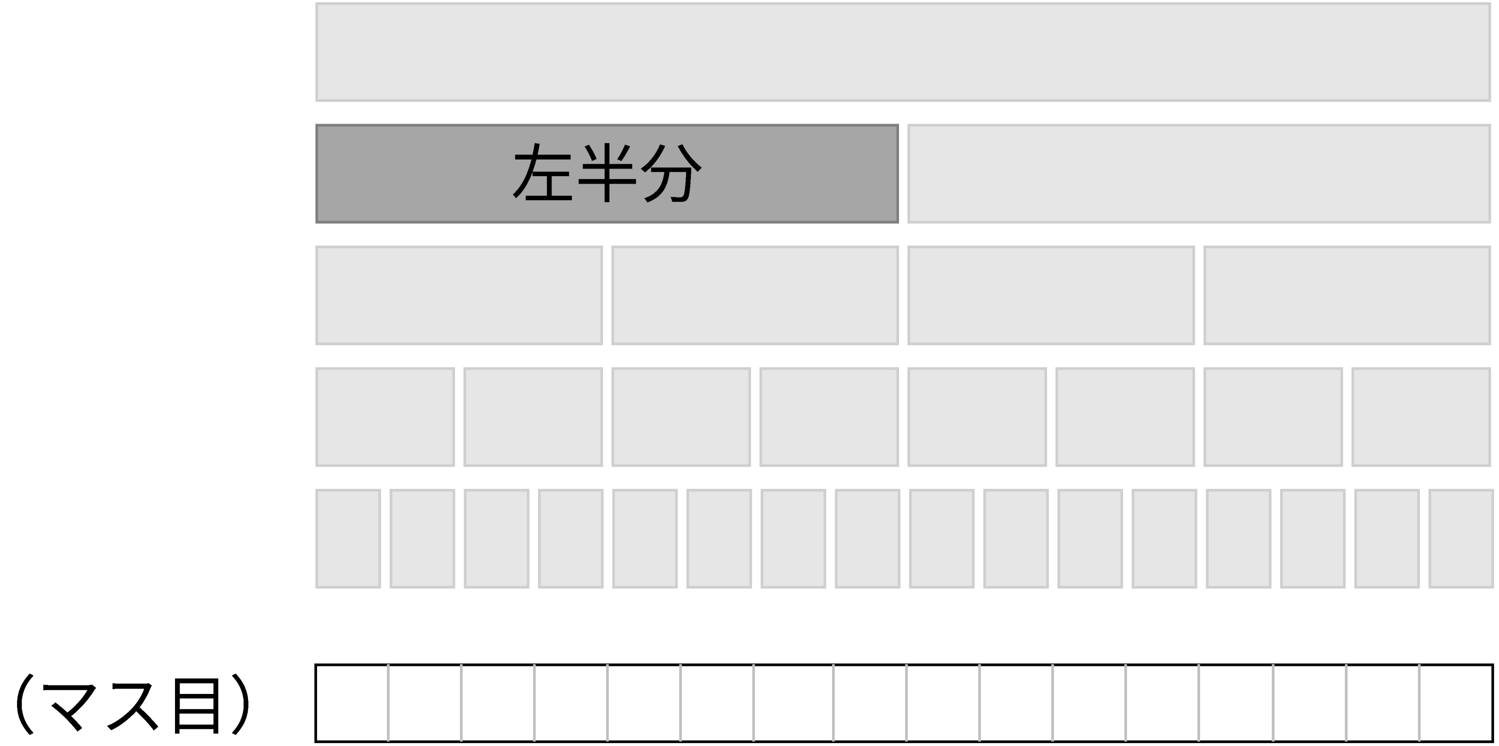
- 値が X 以上である最も左のマスを見つけたい
  - ★ 最大値を管理するセグメント木を用いた二分探索
- 連続する部分に一様に加算したい
  - ★ 遅延評価

計算量は $O(N \log N)$ になる． □

小課題 2 $W = 1$

セグメント木は↓のような形なので，

「左半分にぬかるみがあるか？」等がすぐに分かる → 二分探索が高速



小課題 4　$N \leqq 5\,000$

- 小課題 2 の方法を繰り返す ➡ 計算量 $O(N^2 \log N)$ だが，高速化不足．

  （かなり大雑把だが）

  遅延評価セグメント木の操作が N^2 ($\fallingdotseq 2.5 \times 10^7$)回ほど

- セグメント木の工夫で高速化は難しい．

  ★「部分長方形に一様加算・部分長方形内の最小値」は APSP-hard に関連

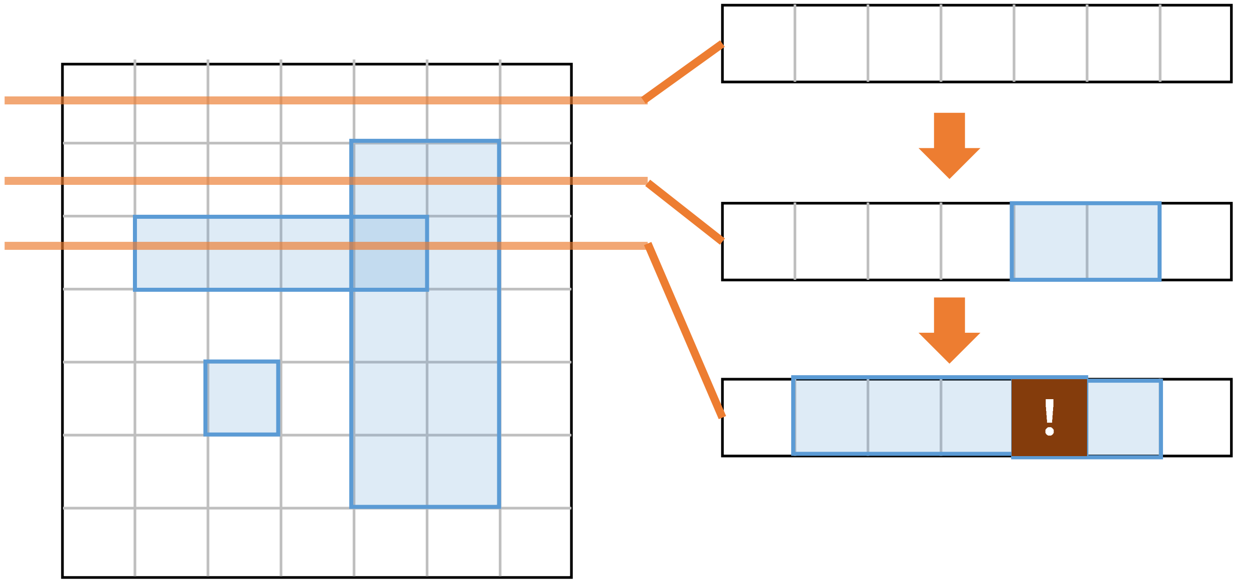
  → 計算量 $N(\log N)^{O(1)}$ が絶望的

小課題 4　$N \leqq 5\,000$

★ 1 つの時点だけ答えを求めるのは高速化できる．

1 行分をセグメント木で表して，上から下へ走査　→　上端がわかる

これを 4 方向でやる．



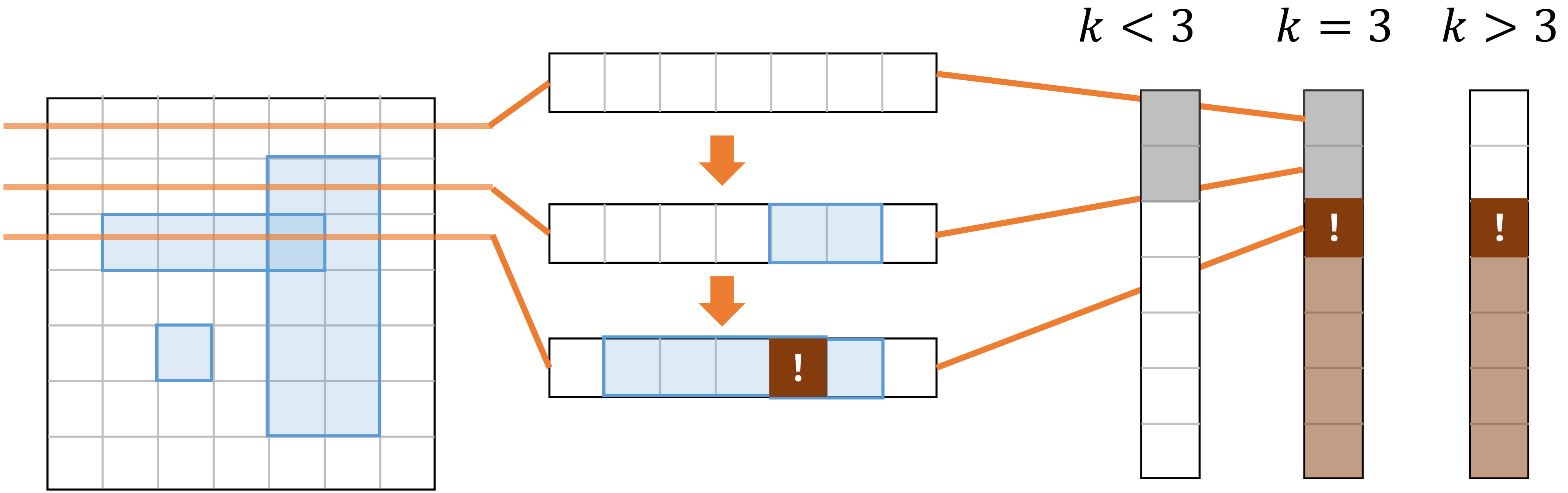
計算量は $O(N \log N)$．

小課題 4 $N \leqq 5\,000$

★ 1つの時点の結果から，他の時点の結果の一部も分かる．

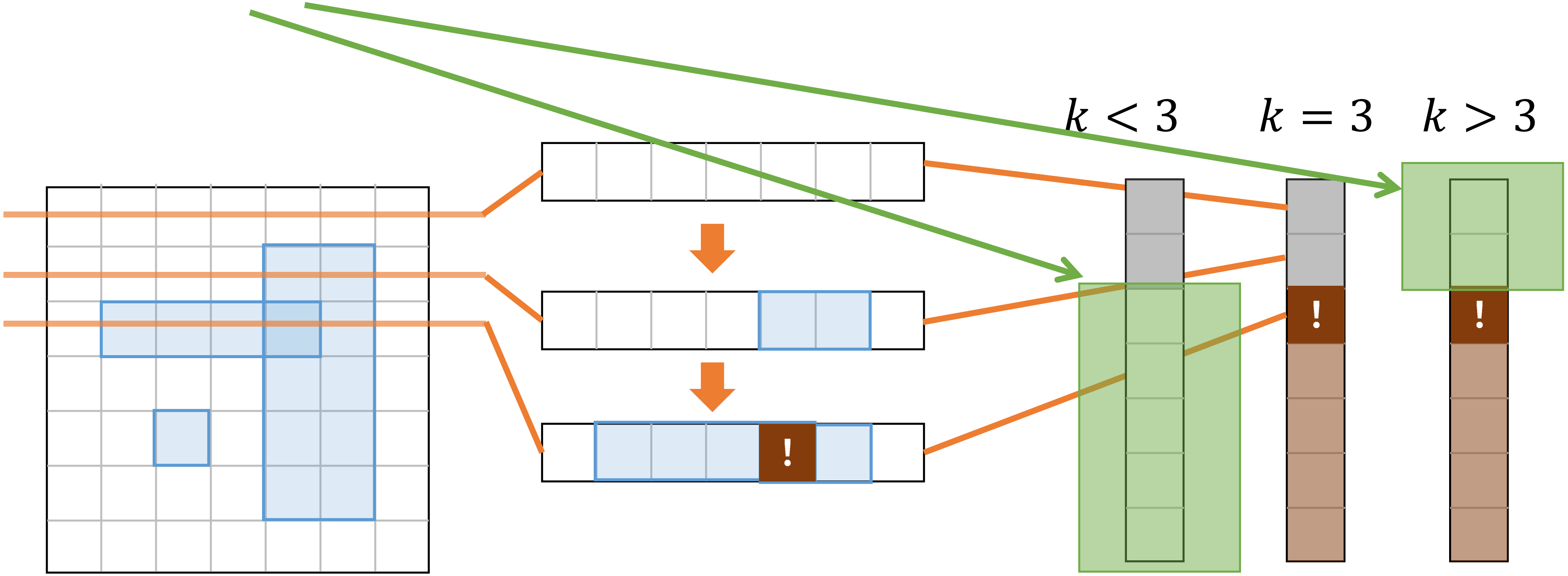
加算を減らすとき，ぬかるみは増えない．

加算を増やすとき，ぬかるみは減らない．



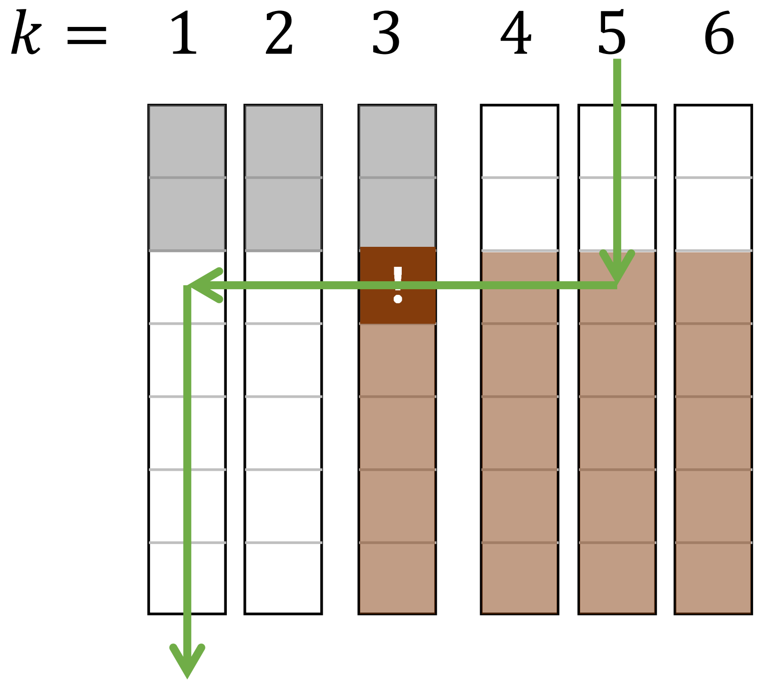
小課題 4 $N \leqq 5\,000$

★ 1 つの時点の結果から，他の時点の結果が一部分かる．
残った 2 つの領域で同じことをすればよい．



小課題 4 $N \leqq 5\,000$

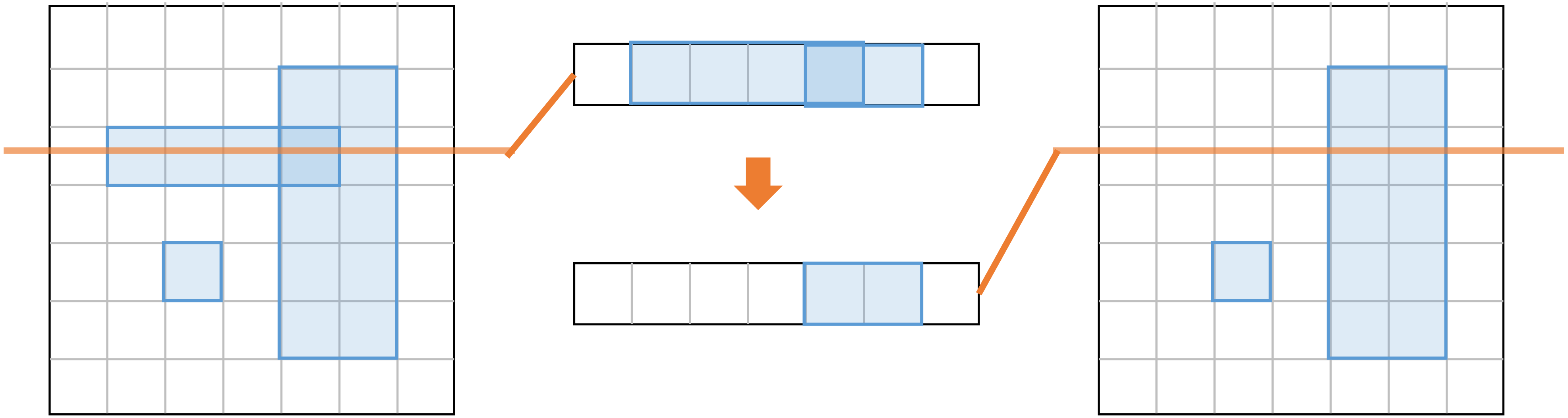
次はこんな順番で走査できると，一度にできてうれしい．



- 左方向の移動（加算を 1 回キャンセルする）操作が必要．

小課題 4 $N \leqq 5\,000$

「加算を 1 回キャンセルする」操作



小課題 4 $N \leqq 5\,000$

これを $O(\log N)$ 回繰り返すと，すべて求まる．

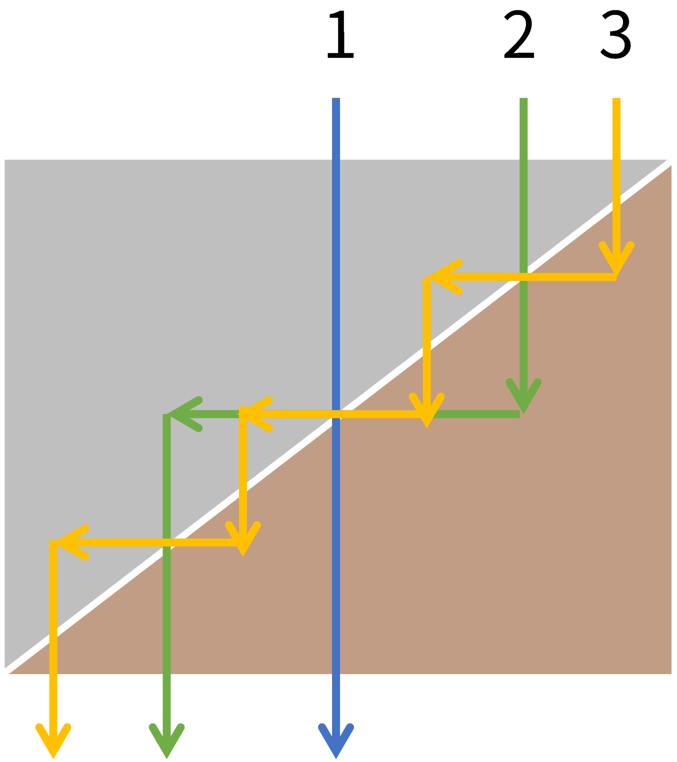
計算量は $O(N(\log N)^2)$ ． □

（かなり大雑把だが）

遅延評価セグメント木の操作を

$8N\log_2 N$ ($\fallingdotseq 2.7\times10^7$)回ほど

行うことになり，満点は難しい．

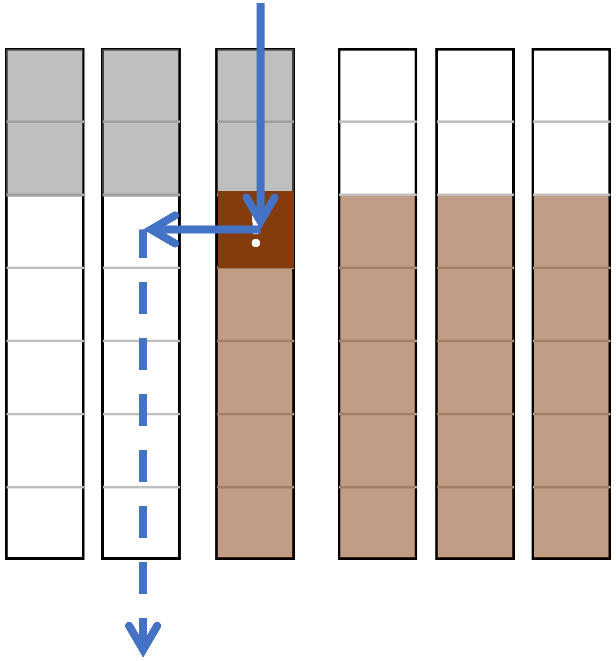


小課題 5 $(N \leqq 200\,000)$

ぬかるみを発見したときに直前の加算をキャンセルすると，

すぐに直前の時点の処理に移れる．

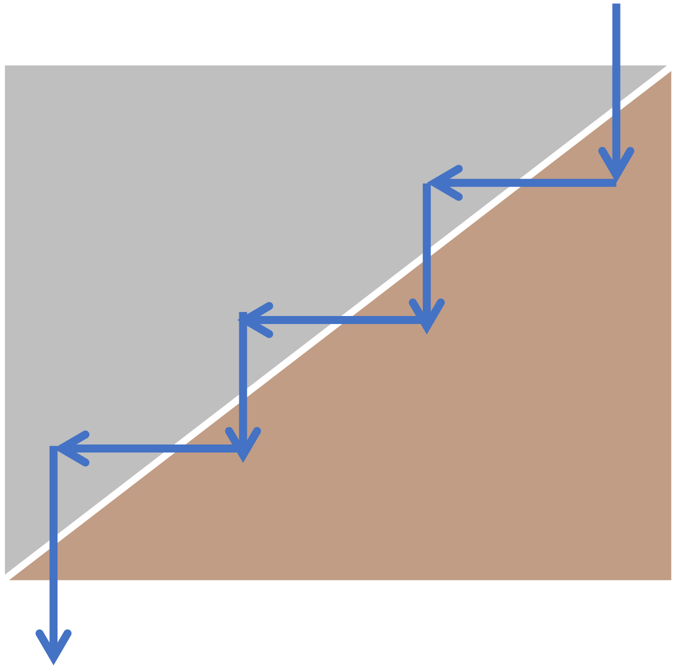
$k =$ 1 2 3 4 5 6



小課題 5 $(N \leqq 200\,000)$

$k = N$ から始めれば，1 回の走査ですべて求まる．

計算量は $O(N \log N)$ ． $\square$



得点分布