# A 庆典门票

陈鸿基 / SpiritualKhorosho

Tsinghua University

April 22, 2026

1. 简要题意
2. 题解

# 简要题意

给定正整数 $n$，求在不同进制下，有多少种 $p$ 使得 $n$ 的表示满足每连续 $p$ 位都相同。

有多测，数据组数 $T \leq 10^3, \sum n \leq 10^{12}$。

1. 简要题意
2. 题解

# 多测

- Codeforces 强制多测。~~顺便欢迎大家欣赏 Codeforces 上的题面~~
- 出题人写了 Python 用 pypy3 可过。
- 多测限制 $\sum n$ 似乎会把一些乱搞的做法放过去。

# 我会暴力

不难想到暴力做法：枚举进制 $b$，对每个 $p$ 判断是否满足要求。这样做的复杂度是 $O\left(n\log^2 n\right)$，显然不能通过本题。
考虑到 $b$ 比较大的时候满足条件的解比较稀疏，只对小的进制枚举，对于较大的：

- 如果 $n = (dd)_b$ $(d < b)$，则 $n = b(d+1)$，枚举 $d$ 反推 $b$，此时 $n < (100)_b = b^2 \Rightarrow b > \sqrt{n}, d \le \sqrt{n}$；
- 如果 $n = (ddd)_b$ $(d < b)$，则可以解方程 $d\left(b^2 + b + 1\right) = n$ 反推 $b$，此时 $d \le \sqrt[3]{n} < b < \sqrt{n}$。

因此可以只枚举 $b \le \sqrt[3]{n}$，其余的通过枚举因数 $d \le \sqrt{n}$ 来求解，即可通过本题。注意去重。
如果暴力枚举因数 $d$，复杂度为 $O\left(\sum(\sqrt{n} + \sqrt[3]{n}\log n)\right)$。这个做法可以用 Pollard-Rho 优化掉根号部分的复杂度，但考虑到本题定位简单题，所以没有加强数据范围。

## 另一种思路

从前面的分析可知，$\left(b^{p-1}+\cdots+b+1\right)|n$ 是 $(b,p)$ 为解的必要不充分条件。

- 当 $p=2$ 时，$(b+1)|n$，故只需要枚举 $n$ 的因数判断即可；
- 当 $p\geq 3$ 时，只需要枚举 $b\leq \sqrt[p-1]{n}$，且只对和为 $n$ 因数的判断是否合法。

枚举的量级只有 $O(\sqrt{n})$，判断是否合法只需要对因数判断（即不超过 $O\left(d(n)\log^2 n\right)$），所以可以通过本题。
注意到一个数同时是多个 $(1\cdots 1)_b$ 的概率很小，所以其中一个 $\log$ 是很不满的。

## 其它一些做法

先处理出来 $n$ 的所有因数，然后对每个因数 $d$ 枚举长度 $p$ 判断 $d = (1 \cdots 1)_b$ 是否有解。如果有解，再判断解得的 $(b, p)$ 是否合法。
虽然多点 $\log$ 但是也能过。