

展览区寻宝 解题报告

crazy__sea

April 12, 2026

关于这题题解该怎么写。

第一版题解

考虑直接计算几乎不可行，但可以考虑投影下的答案。
具体的，可以尝试在四个方向（上、右、上右、上左）做投影，然后做完之后相当于求树上两个点之间的距离，做法是简单的。

算法瓶颈在于求树上两点之间的距离。
(总计 97 字)

第二版题解

首先不妨假设上下左右这样直着走的代价为 1，斜着走的代价为 $\sqrt{2}$ 。

设最终的答案为 $a + b\sqrt{2}$ ，此时输出 $2a + 3b$ 即可，不难发现这并不影响正确性。

考虑这种情况下如何计算答案，直接计算几乎不可行，但可以考虑投影下的答案。因为题目保证了所有障碍形成了一个连通块且整个区域四周都是障碍。

具体来说，我们可以考虑路径在某个方向上投影的长度。我们可以尝试在四个方向（上、右、上右、上左）做投影，然后再进行线性组合，然后做完之后相当于求树上两个点之间的距离，做法是简单的。

算法瓶颈在于求树上两点之间的距离。
(总计 265 字)

观察 1

首先我们不妨假设我们要求的是欧几里得距离（先不管复杂度），我们注意到欧几里得距离的最短路是唯一的。

一种比较形象的理解方式是你考虑在迷宫起点和终点钻一个洞，然后用一个绳子穿过这两个洞在迷宫中连接起点终点，然后同时用力拉两端的绳子，此时得到的就是最短路。

观察 2

仿射变换下欧几里得的最短路等于欧几里得最短路做对应的仿射变换。

用形式化语言就是，设 F 为一个坐标线性变换， M 为对应的迷宫以及起点终点， $S(M)$ 为 M 中的欧几里得最短路形态。

那么有 $F(M(S)) = M(F(S))$ 。

同样的可以用刚才的模型进行理解。

观察 3

实际上，询问可以看作是起点到终点的曼哈顿距离 + 切比雪夫距离。

我们可以把网格图进行无限的微分，那么存在曼哈顿最短路的形态和切比雪夫最短路等于欧几里得最短路的形态。

于是直接计算最短距离在四个方向（上下、左右和两个斜向）投影下的最短距离，乘对应的系数然后加起来即可。

对于求一个投影方向的最短路（拿上下两个方向举例），可以把竖向之间没有障碍的格子看成一个点，这样得到的图的形态就是一棵树。于是算法瓶颈在于定位每个点在哪个位置以及求 LCA。

标程 LCA 写的是重链剖分，运行时间大约 0.5 秒，代码长度大约 4 kb。