

棋盘

清华大学 金策

简要题意

- ▶ 给你一个图，在上面玩n数码。
- ▶ 给一个初始状态和若干个终止状态，问是否可行。
- ▶ $n \leq 50$, $m \leq 100$, $q \leq 1000$

得分分布

▶ ???

第1~8点

- ▶ BFS
- ▶ 对于1,2点, 状态数为 $O(n!)$ 。
- ▶ 对于3~8点, 状态数为 $O(n^2)$, 证明比较显然。

第9, 10点

- ▶ n^2 数码问题。
- ▶ 将0号点移到同一个位置，然后判定剩下的置换是否为偶置换。

观察

- ▶ 首先找出一棵生成树，不妨设0最后一定在根的位置。
- ▶ 考虑0移动的路径，一定是沿着树边或者非树边行走。
- ▶ 一条路径可以看成从0沿着树边走到非树边然后沿树边回到0号点，这样若干段的和。
- ▶ 所以一条非树边，对应着一些棋子的轮换。

第11~13点

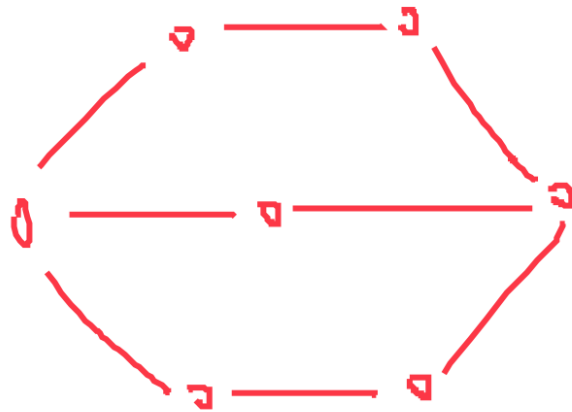
- ▶ 仙人掌中，每个环之间是独立的。
- ▶ 所以只要求出每个环，每个环只能循环移位。

猜想

- ▶ 首先每个点双连通分量之间都是独立的。
- ▶ 对于一个点双连通分量，如果是环，那么显然只有环上的置换合法。
- ▶ 如果是二分图，那么一定是偶置换。
- ▶ 于是猜想，如果是二分图，那么一定能生成所有的偶置换，否则能生成所有的置换。

反例

- 这个图中并不能生成所有的置换。
- 期望得分75~80分。



第14~20点

- ▶ 对于任意图，循环之间彼此不独立。
- ▶ 所以可以使用Schreier-Sims算法解决。
- ▶ 具体可参考岑若虚2014年集训队论文或者罗雨屏APIO课件或者google一下。
- ▶ 即给定若干个置换，判定某个置换是否在这些置换所生成的群内。
- ▶ 时间复杂度 $O(n^5+qn^2)$ 。

Solution 2

- ▶ 求出所有点双连通分量。
- ▶ 对于足够大的点双连通分量前面的猜想是正确的，构造比较复杂。
- ▶ 对于小的点可以暴力。
- ▶ 期望得分80~100分。
- ▶ 正确性比较不显然，证明略。

► 谢谢大家，欢迎提问。