

### 3. 赛道修建

(`track.cpp/c/pas`)

#### 【问题描述】

C 城将要举办一系列的赛车比赛。在比赛前，需要在城内修建  $m$  条赛道。

C 城一共有  $n$  个路口，这些路口编号为  $1, 2, \dots, n$ ，有  $n - 1$  条适合于修建赛道的双向通行的道路，每条道路连接着两个路口。其中，第  $i$  条道路连接的两个路口编号为  $a_i$  和  $b_i$ ，该道路的长度为  $l_i$ 。借助这  $n - 1$  条道路，从任何一个路口出发都能到达其他所有的路口。

一条赛道是一组互不相同的道路  $e_1, e_2, \dots, e_k$ ，满足可以从某个路口出发，依次经过道路  $e_1, e_2, \dots, e_k$ （每条道路经过一次，不允许调头）到达另一个路口。一条赛道的长度等于经过的各道路的长度之和。为保证安全，要求每条道路至多被一条赛道经过。

目前赛道修建的方案尚未确定。你的任务是设计一种赛道修建的方案，使得修建的  $m$  条赛道中长度最小的赛道长度最大（即  $m$  条赛道中最短赛道的长度尽可能大）。

#### 【输入格式】

输入文件名为 `track.in`。

输入文件第一行包含两个由空格分隔的正整数  $n, m$ ，分别表示路口数及需要修建的赛道数。

接下来  $n - 1$  行，第  $i$  行包含三个正整数  $a_i, b_i, l_i$ ，表示第  $i$  条适合于修建赛道的道路连接的两个路口编号及道路长度。保证任意两个路口均可通过这  $n - 1$  条道路相互到达。每行中相邻两数之间均由一个空格分隔。

#### 【输出格式】

输出文件名为 `track.out`。

输出共一行，包含一个整数，表示长度最小的赛道长度的最大值。

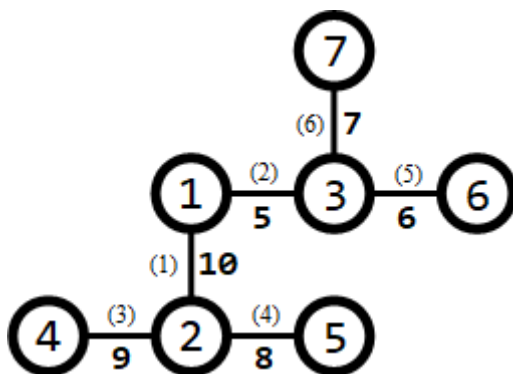
#### 【输入输出样例 1】

<code>track.in</code>	<code>track.out</code>
7 1 1 2 10 1 3 5 2 4 9 2 5 8 3 6 6 3 7 7	31

见选手目录下的 `track/track1.in` 与 `track/track1.ans`。

#### 【输入输出样例 1 说明】

所有路口及适合于修建赛道的道路如下图所示：



道路旁括号内的数字表示道路的编号，非括号内的数字表示道路长度。

需要修建 1 条赛道。可以修建经过第 3,1,2,6 条道路的赛道（从路口 4 到路口 7），则该赛道的长度为  $9 + 10 + 5 + 7 = 31$ ，为所有方案中的最大值。

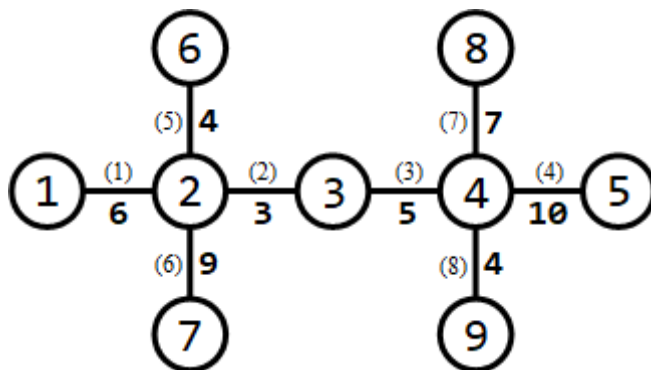
【输入输出样例 2】

track.in	track.out
9 3	15
1 2 6	
2 3 3	
3 4 5	
4 5 10	
6 2 4	
7 2 9	
8 4 7	
9 4 4	

见选手目录下的 track/track2.in 与 track/track2.ans。

【输入输出样例 2 说明】

所有路口及适合于修建赛道的道路如下图所示：



需要修建 3 条赛道。可以修建如下 3 条赛道：

1. 经过第 1,6 条道路的赛道（从路口 1 到路口 7），长度为  $6 + 9 = 15$ ；
  2. 经过第 5,2,3,8 条道路的赛道（从路口 6 到路口 9），长度为  $4 + 3 + 5 + 4 = 16$ ；
  3. 经过第 7,4 条道路的赛道（从路口 8 到路口 5），长度为  $7 + 10 = 17$ 。
- 长度最小的赛道长度为 15，为所有方案中的最大值。

【输入输出样例 3】

见选手目录下的 track/track3.in 与 track/track3.ans。

**【数据规模与约定】**

所有测试数据的范围和特点如下表所示

测试点编号	$n$	$m$	$a_i = 1$	$b_i = a_i + 1$	分支不超过 3		
1	$\leq 5$	$= 1$	否	否	是		
2	$\leq 10$	$\leq n - 1$		是		否	
3	$\leq 15$		$= 1$	否	否	否	
4	$\leq 1,000$	是		是			
5	$\leq 30,000$	否		否		否	
6		是					
7		否					
8		是					
9	$\leq 50,000$	$\leq n - 1$	否	是	是		
10	$\leq 1,000$						
11	$\leq 30,000$			否		否	否
12	$\leq 50,000$						
13	$\leq 50$						
14	$\leq 200$						
15	$\leq 1,000$			否	否	否	
16	$\leq 1,000$						
17	$\leq 30,000$						
18	$\leq 30,000$						
19	$\leq 50,000$	否	否	否			
20	$\leq 50,000$						

其中，“分支不超过 3”的含义为：每个路口至多有 3 条道路与其相连。

对于所有的数据， $2 \leq n \leq 50,000, 1 \leq m \leq n - 1, 1 \leq a_i, b_i \leq n, 1 \leq l_i \leq 10,000$ 。