

杀菌计划

胡伟栋

试题大意

- 给定一个空心凸多面体，每个面都是透明的凸多边形
- 使用一束平行光线照射凸多面体，光线的截面为三角形，照射到凸多面体的表面（内表面或外表面）时可以发生 $k - 1$ 次反射
- 求多面体上被照射到的面的面积

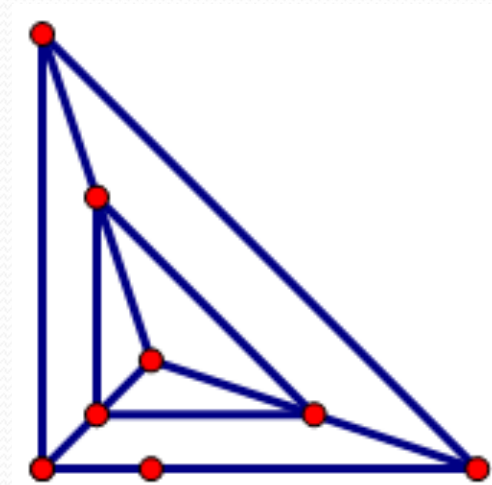
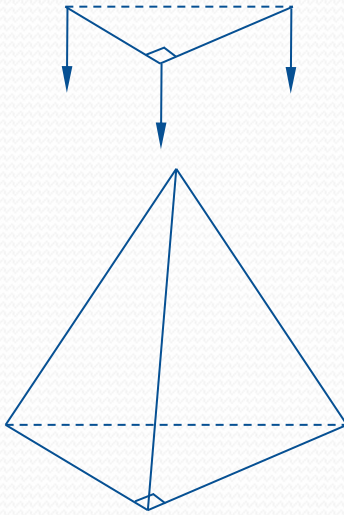
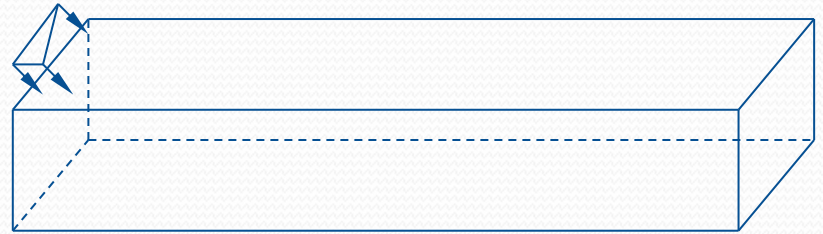
得分情况



讨论时间

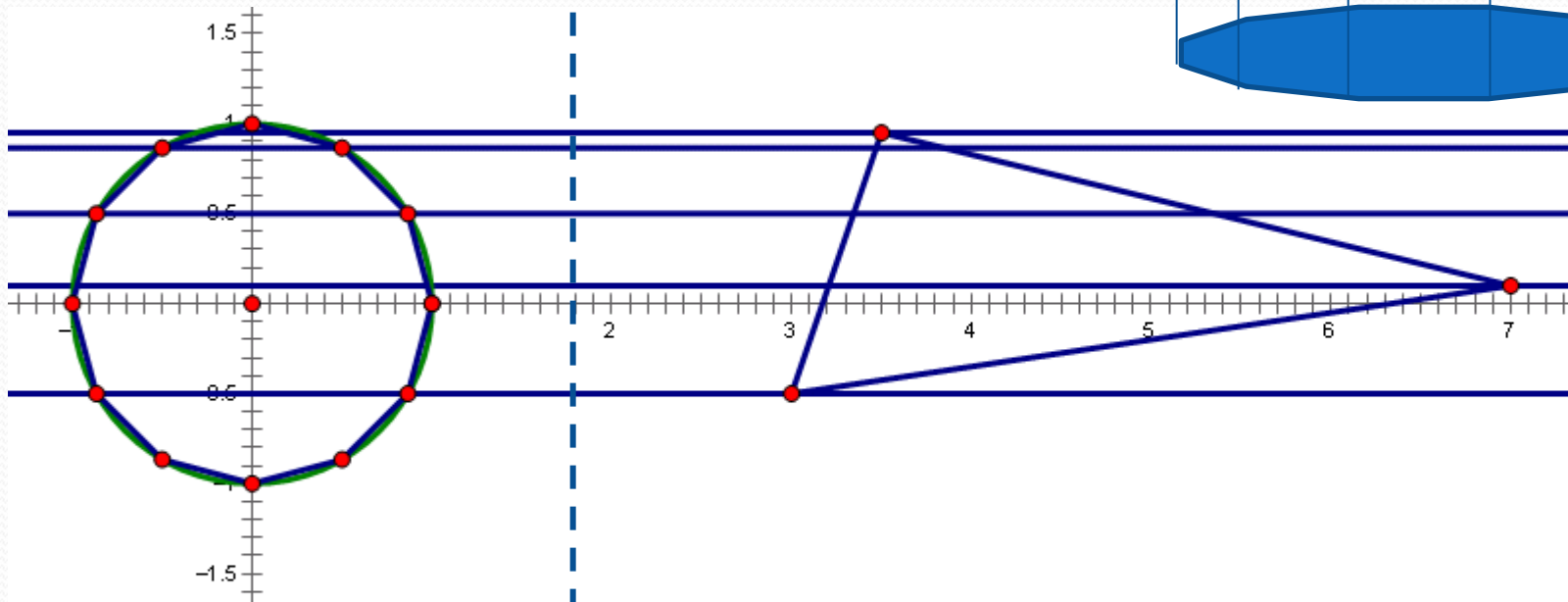
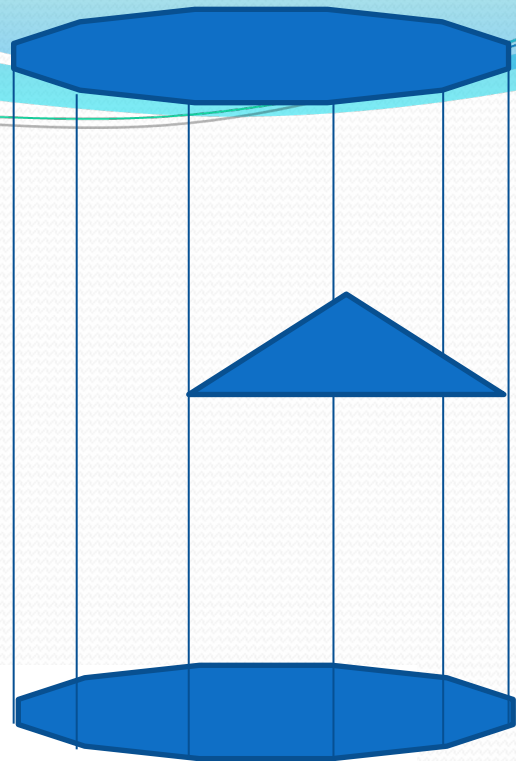
数据规律

- $\text{box1.in}(k=1)$, $\text{box2.in}(k=8)$
- $\text{box3.in}(k=1)$, $\text{box4.in}(k=2)$



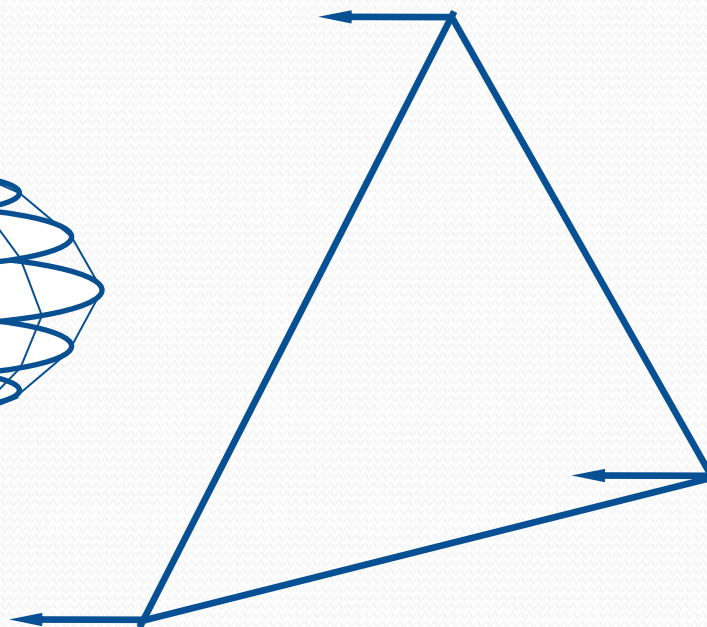
数据规律

- $\text{box5.in}(k=1)$



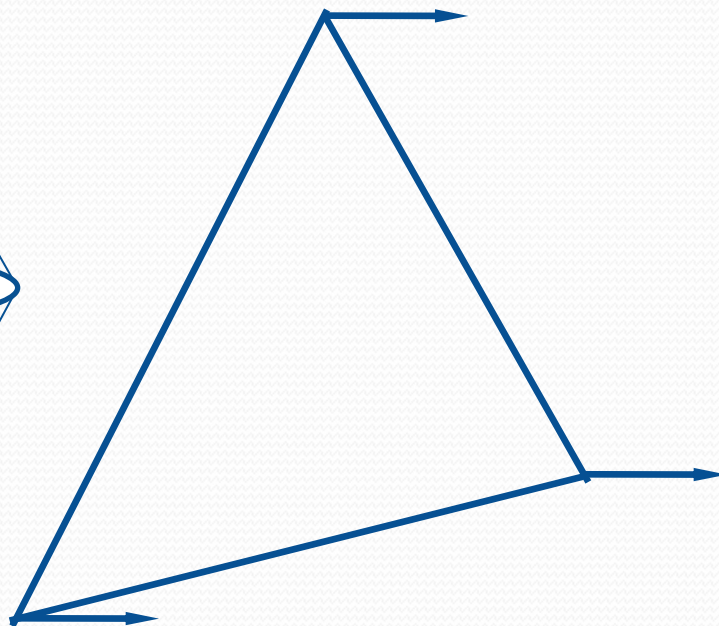
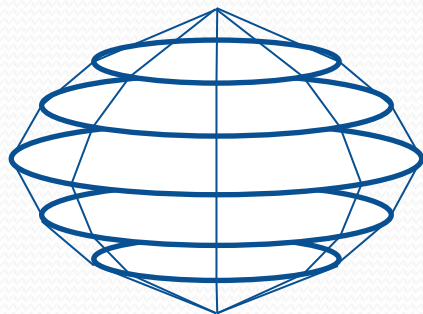
数据规律

- box6.in (k=2)



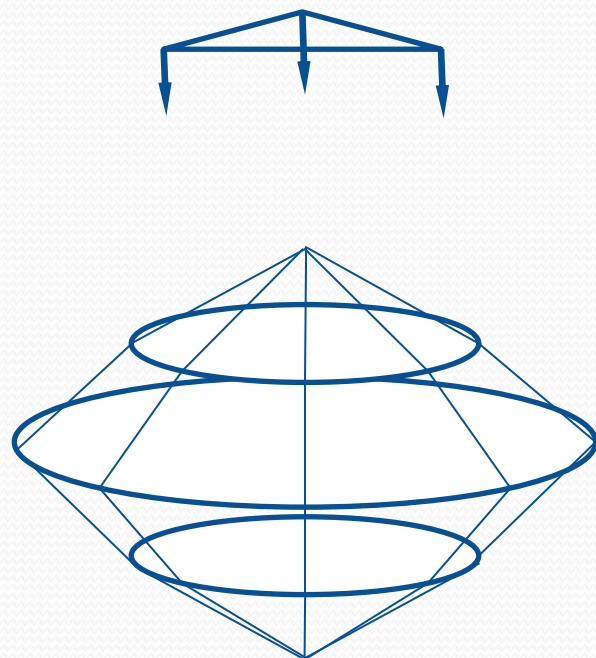
数据规律

- box7.in (k=1)



数据规律

- box8.in ($k=2$), box9.in ($k=2$), box10.in ($k=3$)



参考算法

- 算法1 ($k=1$ 时)
 - 对于每个面 f
 - 计算光线投射到 f 平面上时与 f 的交的面积
 - 对所有 f 求出的面积求和

算法1

- 求光线在平面 f 上投射后的图形
 - 将光源平面的每个顶点投影
 - 设 p_0, p_1, p_2 是 f 上不共线的三个点, w 是光源上的点, d 是光线的方向, 则
 - 投影点 $-p_0 = x(p_1 - p_0) + y(p_2 - p_0) = w + z d$
 - 由上式解三元一次方程组即可求出投影点
 - x, y 可作为点 w 在平面 f 上的二维坐标, 由于 $p_1 - p_0$ 和 $p_2 - p_0$ 可能不垂直, 在使用此坐标计算面积时需要考虑他们的夹角
- 求两个凸多边形的交的面积
 - 利用投射的方法转换成二维, 在二维空间上计算交的面积

参考算法

- 算法2 ($k > 1$ 时)
 - 对于每个面 f
 - 计算光源和 f 的交 T ，在 f 上记录 T
 - 将 T 作为新的光源，根据入射光线方向和 f 的法向计算出射方向，即新光源的方向
 - 若还能够反射，则递归处理
 - 递归完成后，对于每个面 f
 - 计算所有记录在 f 上的交 T 的并的面积
 - 对所有 f 求出的面积求和

算法2

- 计算反射光线
 - 令入射向量为 d , 法线向量为 n , 则出射向量为
 - $d - 2(d \cdot n) / (n \cdot n) n$;
 - 其中 \cdot 表示点积
 - n 可使用平面上两个不共线向量的叉积得到, 上式与 n 的正反性无关
- 求凸多边形并的面积
 - 和交的面积的计算类似, 投射到二维平面计算



谢谢