

一眼丁真 题解

麻省理工学院

邓明扬

题意

具体来说，给定多边形最大边数 n ，小 A 采用以下方式生成了平面上的 N 个点：

- 首先，选取一个点 (x, y) 作为中心。这个点可能固定为 $(0, 0)$ ，也可能是在 $[-1, 1] \times [-1, 1]$ 中均匀选取的。
- 随机在 $[\max(3, n - 5), n]$ 中选取一个整数 k 。
- 考虑以 (x, y) 为圆心，1 为半径的圆。均匀随机选取圆的一个内接正 k 边形。
- 重复 N 次，每次均匀随机选取正 k 边形边界上的一点 u ，随机产生噪声 \mathcal{N} ，并把 $\hat{u} = u + \mathcal{N}$ 加入到数据中。这里， \mathcal{N} 是一个随机噪声，其两维坐标分别独立遵循以 0 为均值，0.01 为标准差的高斯分布。
- 以上所有随机过程独立。

你需要从这 N 个点中，还原出多边形的边数 k 。

部分分一

- 对于前四个点，是肉眼可以看出来的！
- 随便提取一点特征，看看和什么多边形最接近就好了！
- 例如：计算所有点距离平方和，看看和哪种比较近
- 期望得分：40

部分分二

- 对于 $n \leq 20$ ，我也不知道有啥非正解做法。
- 欢迎拿 60 分、过了前六个点的网友讲讲。
- 期望得分：60

部分分三

- 对于圆心在原点，我也不知道有啥非正解做法。
- 欢迎拿 60 分、过了圆心在原点的网友和itst讲讲。
- 期望得分：60

部分分三：itst 加的一页

- 中心确定的时候，枚举边数 k 和一个角度 c ，对于每个采样点，如果这个点和中心的连线与 x 轴正方向的角度和 $c+p(2\pi/k)$ (p 是整数) 比较相近就归类为 A 类，如果和 $c+(p+0.5)(2\pi/k)$ 比较相近就归类为 B 类，然后算下 A 类平均距离减 B 类平均距离的最大值，把最大值对应的 k 当答案。
- 这个相近可以用绝对值不超过某个阈值 thres (例如 $\pi/100$) 刻画。
 Thres 调大点能过所有偶数点，用重心只能过 1-4

部分分？

- 欢迎大家上来交流做法。

标算

- 估算问题的最优解：极大似然估计
- 如果对每个多边形 x ，你可以算出来从 x 生成输入数据的概率 $p(x) = \prod_{i=1}^n f(X_i)$ ，其中 f 是概率密度，你应当预测 $p(x)$ 最大的 x 。
- 对于原题，在高斯分布下， $p(x)$ 的大小差不多近似于所有点到 x 边界最近距离平方和。精确值是沿着多边形边界积分，但是指数降低的很快所以拿 \min 来做近似是可以接受的。只要求出该值最小的 x 即可。
-

标算

- 如何求出 x : 对于固定边数 N , x 由圆心坐标和旋转角度决定。
- 可以对着这三个变量随便写个优化器。例如：爬山，每次固定二维对第三维三分。`std` 实现的是后者，对每维三分两轮（每轮跑三步）就很对了。
- 期望得分：100
-

花絮

- 其实标算在数据上完全不会错。但是当我生成 2000 组数据后，其中有一组所有验题程序都错了。为了保险起见，我们决定允许选手WA 最多一个点。
- 由于test9偏简单，被xtq特判test10后过了。